

# Zbirka zadataka iz hidromehanike

---

**Tadić, Lidija; Brleković, Tamara**

**Authored book / Autorska knjiga**

*Publication status / Verzija rada:* **Published version / Objavljena verzija rada (izdavačev PDF)**

*Publication year / Godina izdavanja:* **2021**

*Permanent link / Trajna poveznica:* <https://um.nsk.hr/um:nbn:hr:133:188825>

*Rights / Prava:* [Attribution-ShareAlike 4.0 International/Imenovanje-Dijeli pod istim uvjetima 4.0 međunarodna](#)

*Download date / Datum preuzimanja:* **2025-02-22**



GRAĐEVINSKI I ARHITEKTONSKI FAKULTET OSIJEK  
Faculty of Civil Engineering and Architecture Osijek

*Repository / Repozitorij:*

[Repository GrAFOS - Repository of Faculty of Civil Engineering and Architecture Osijek](#)



# ZBIRKA ZADATAKA IZ HIDROMECHANIKE

*Lidija Tadić  
Tamara Brleković*



Sveučilište J.J. Strossmayera u Osijeku  
Građevinski i arhitektonski fakultet  
2021.



## ZBIRKA ZADATAKA IZ HIDROMECHANIKE

*Autori:*

Prof. dr. sc. Lidija Tadić  
Doc.dr.sc Tamara Brleković  
Građevinski i arhitektonski fakultet Osijek

*Recenzenti:*

prof. dr. sc. Goran Gjetvaj, Građevinski fakultet Sveučilišta u Zagrebu  
prof. dr. sc. Nevenka Ožanić Građevinski fakultet Sveučilišta u Rijeci

*Lektorica:*

Sanda Dominković, prof.

*Izdavač:*

Sveučilište Josipa Jurja Strossmayera u Osijeku,  
Građevinski i arhitektonski fakultet Osijek

*Za izdavača:*

prof. dr. sc. Damir Varevac, dekan

*Uredila grafičke priloge:*

Monika Erstić

ISBN: 978-953-6962-64-8

Osijek, studeni 2021. godine

© Sva prava zadržava autor. Ni jedan dio ove knjige ne smije se reproducirati ili distribuirati u bilo kojem obliku ili na bilo koji način, uključujući fotokopiranje, skeniranje, fotografiju, magnetni ili bilo koji drugi oblik zapisa itd., bez prethodne pismene dozvole autora.

U pripremi i obradi ove knjige učinjeni su svi napori da se ne pojave pogreške. Izdavač i autor ne preuzimaju odgovornost za eventualnu pojavu pogrešaka i omaški u izloženoj materiji, kao ni za njihove posljedice.

## SADRŽAJ

1. PREDGOVOR.....	4
2. RIJEŠENI ZADATCI.....	5
2.1. HIDROSTATIKA.....	5
2.2. STRUJANJE POD TLAKOM .....	28
2.3. STRUJANJE OTVORENIM VODOTOCIMA.....	46
3. ZADATCI ZA SAMOSTALNI RAD.....	65
3.1. HIDROSTATIKA.....	65
3.2. STRUJANJE POD TLAKOM .....	72
3.3. STRUJANJE OTVORENIM VODOTOCIMA.....	85
4. RJEŠENJA.....	93
5. REPETITORIJ FORMULA.....	94

## 1. PREDGOVOR

Ova zbirka zadataka sadrži ispitne zadatke i zadatke s kolokvija iz razdoblja 2005.-2020. i namijenjena je prvenstveno studentima Građevinskog i arhitektonskog fakulteta u Osijeku za svladavanje gradiva iz Hidromehanike na preddiplomskom sveučilišnom studiju. Neki su zadatci originalni, a neki su preuzeti u cijelosti ili prerađeni iz sljedećih zbirki zadataka i udžbenika:

1. Giles, R.V. (1976.): Theory and Problems of Fluid Mechanics and Hydraulics, McGraw Hill
2. Evett, J.B., Liu, C. (1989.): 2500 Solved Problems in Fluid Mechanics and Hydraulics, McGraw Hill
3. Jović, V. (2007.): Osnove hidromehanike, AGG Split
4. Hauser, B. A. (1996.): Practical Hydraulics Handbook, Taylor and Francis Group
5. Virag, Z. (2007.): Mehanika fluida-odabrana poglavlja, primjeri i zadaci, FSB Zagreb

Zbirka se sastoji od 3 dijela: Hidrostatika, Strujanje pod tlakom i Strujanje otvorenim vodotocima, istjecanje i prelijevanje. U svakoj cjelini nekoliko je riješenih primjera s objašnjenjima, a ostali zadatci predviđeni su za samostalni rad s rješenjima u poglavlju 5. Zbirka sadrži i repetitorij osnovnih jednadžbi.

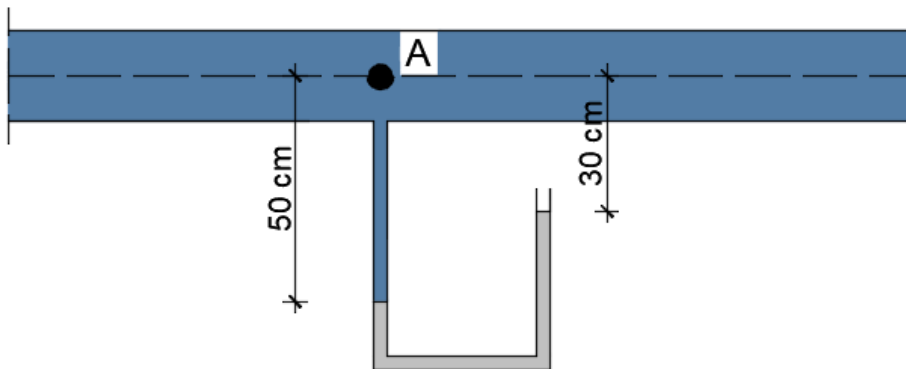
Autori

## 2. RIJEŠENI ZADATCI

### 2.1. HIDROSTATIKA

#### Zadatak 2.1.1.

Odredite tlak u točki A ako se u cijevi nalazi voda, a u piježometru živa. Zadano:  
 $\rho_{\text{voda}}=1000 \text{ kg/m}^3$ ;  $\rho_{\text{živa}}=13546 \text{ kg/m}^3$ .



$$\rho_{\text{voda}}=1000 \text{ kg/m}^3$$

$$\rho_{\text{živa}}=13546 \text{ kg/m}^3$$

Osnovna jednačba hidrostatičke na kontaktnom presjeku dviju kapljevina glasi:

$$p_A + \rho_{\text{voda}} g h_A = p_a + \rho_{\text{živa}} g h$$

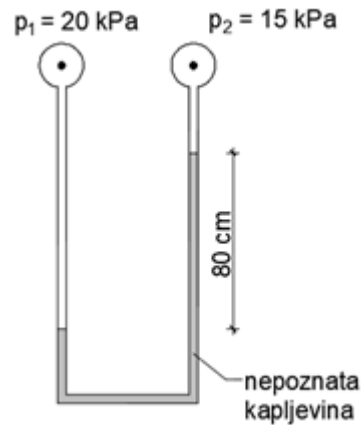
$$p_A + 1000 \times 9,81 \times 0,5 = 0 + 13546 \times 9,81 \times (0,5 - 0,3)$$

$$p_A = 21672 \text{ Pa}$$

Relativna vrijednost atmosferskog tlaka ( $p_a$ ) jednaka je nuli.

### Zadatak 2.1.2.

Odredite gustoću nepoznate kapljevine ( $\rho_{NK}$ ) ako su poznati tlakovi zraka  $p_1$  i  $p_2$  prema slici.



$$p_1 = 20 \text{ kPa}$$

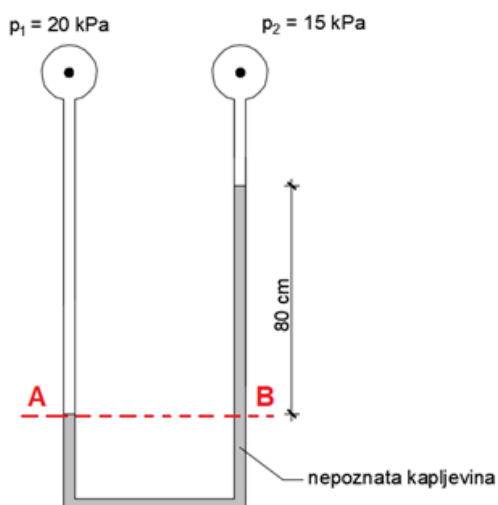
$$p_2 = 15 \text{ kPa}$$

Osnovna jednadžba hidrostatičke postavljena je za kontaktni presjek dviju kapljevine (A-B):

$$p_1 + \rho g h_A = p_2 + \rho_{NK} g h_B$$

$$20 \times 10^3 = 15 \times 10^3 + \rho_{NK} \times 9,81 \times 0,8$$

$$\rho_{NK} = 637 \text{ kg/m}^3 \text{ (gustoća nepoznate kapljevine)}$$



### Zadatak 2.1.3.

### Zadatak 2.1.5.

Odredite veličinu, smjer i položaj sile hidrostatskog tlaka i na zatvarač kvadratnog presjeka AB ako je visina vode u rezervoaru  $h=3,5\text{m}$  (do gornjeg ruba cijevi).

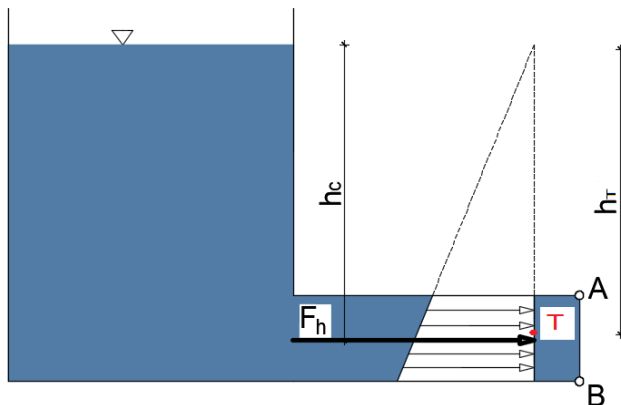
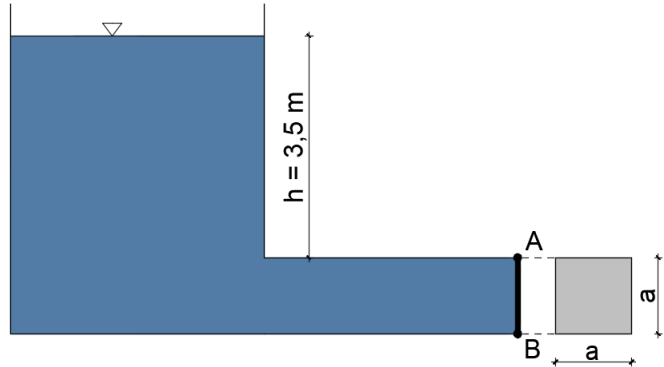
Zadano:

$$a = 1,2\text{m}$$

$$F_H = \rho g h_T A = 1000 \times 9,81 \times \left(3,5 + \frac{1,2}{2}\right) \times 1,2^2$$

$$F_H = 57,92\text{ kN}$$

$$h_c = \frac{I}{h_T A} + h_T = \frac{\frac{a^4}{12}}{4,1 \times 1,44} + 4,1 = 4,13\text{m}$$

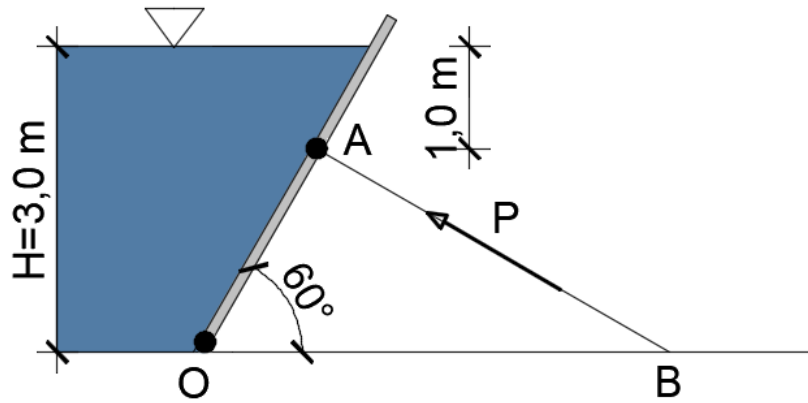


Izračunato hvatište sile tlaka i njezin položaj prikazano je na gornjoj slici. Hvatište sile hidrostatskog tlaka se uvijek određuje u odnosu na razinu kapljevine koja je tlak izazvala i nalazi se u težištu dijagrama tlaka. Kako je moment tromosti uvijek pozitivna veličina, hvatište sile bit će uvijek ispod težišta površine (točka T) na koju djeluje hidrostatski tlak, odnosno  $h_c > h_T$ . U ovom slučaju definirana je vertikalna dubina centra sume tlaka.

### Zadatak 2.1.4.

Kolika je sila koju preuzima štap AB s ravne ustave širine  $b=3,5\text{ m}$ ? *Napomena: Težinu ustave zanemarite.*





Zadatak se može riješiti na dva načina: direktnim određivanjem ukupne sile hidrostatskog tlaka ( $F$ ) i njezinog hvatišta ili rastavljanjem sile na dvije komponente, horizontalnu ( $F_H$ ) i vertikalnu ( $F_V$ ) i izračunavanjem njihove rezultante.

**PRVI NAČIN** izračuna daje direktno određivanje sile hidrostatskog tlaka i njezino hvatište okomito na površinu ustave. U tom slučaju potrebno je odrediti dužinu ustave  $l$ .

$$l = \frac{h}{\sin \alpha} = \frac{3,0}{\sin 60^\circ} = 3,46 \text{ m}$$

$$F = \rho g h r A = 1000 \times 9,81 \times \frac{3,0}{2} \times 3,46 \times 3,5 = 178,2 \text{ kN}$$

Hvatište sile  $F$ , na slici a) označeno  $X$ , nalazi se u težištu dijagrama tlaka, odnosno

$$X = \frac{2}{3} l = \frac{2}{3} \times 3,46 = 2,31 \text{ m}$$

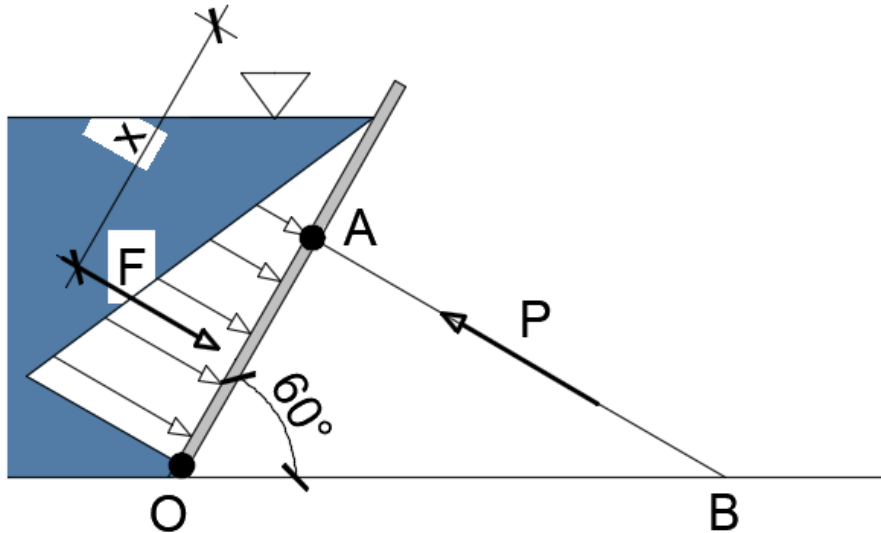
Izračunom sume momenata sila na točku  $O$  ( sile hidrostatskog tlaka i sile  $P$  koju preuzima štap  $AB$  ) određujemo veličinu sile  $P$  .

$$\sum M_o = 0$$

$$Fx(l - X) - Px\left(l - \frac{1,0}{\sin 60^\circ}\right) = 178,2(3,46 - 2,31) - Px(3,46 - 1,15) = 0$$

$$P = 89,15 \text{ kN}$$

a)



**DRUGI NAČIN** izračuna proveden je rastavljanjem sile na dvije komponente, horizontalnu ( $F_H$ ) i vertikalnu ( $F_V$ ) i izračunavanjem njihove rezultante:

$$F_H = \rho g h_T A = 1000 \times 9,81 \times \frac{3,0}{2} \times 3,0 \times 3,5 = 154,51 \text{ kN}$$

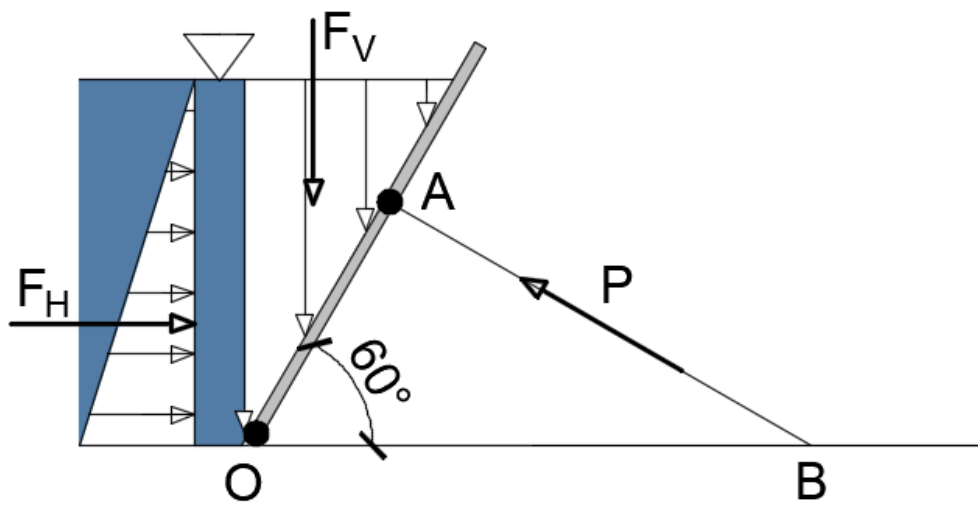
$$F_V = \rho g V = 1000 \times 9,81 \times \left(\frac{l \cos 60^\circ \times 3,0}{2} \times 3,5\right) = 89,1 \text{ kN}$$

$$\sum M_o = 0$$

$$F_H \frac{h}{3} + F_V \left(\frac{l \cos 60^\circ}{3}\right) - Px \left(l - \frac{1,0}{\sin 60^\circ}\right) = 154,51 \times 1,0 + 89,1 \left(\frac{3,46 \times 0,5}{3}\right) - Px(3,46 - 1,15) = 0$$

$$P = 89,15 \text{ kN}$$

b)



Na slici b) prikazani su dijagrami tlaka u horizontalnom i vertikalnom smjeru, odnosno horizontalna i vertikalna komponenta sile hidrostatskog tlaka. Rezultati, veličina ukupne sile i njezino hvatište moraju biti **isti** bez obzira koji način izračuna primijenili.

### Zadatak 2.1.5.

Odredite veličinu, položaj i smjer sile hidrostatskog tlaka na zatvarač kvadratnog oblika čija je dubina težišta 0,8m.

Zadano:

$$a=0,5\text{m}$$

$$\alpha=45^\circ$$

$$h_T=0,8\text{m}$$

$$a=0,5\text{m}$$

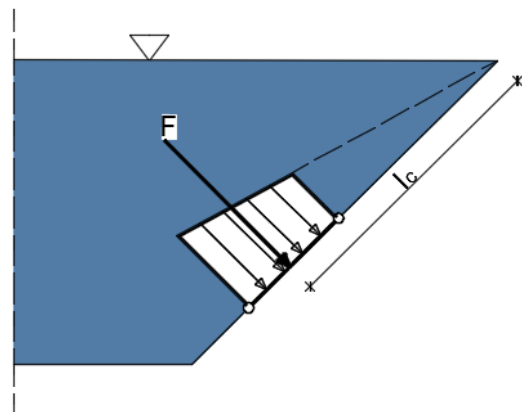
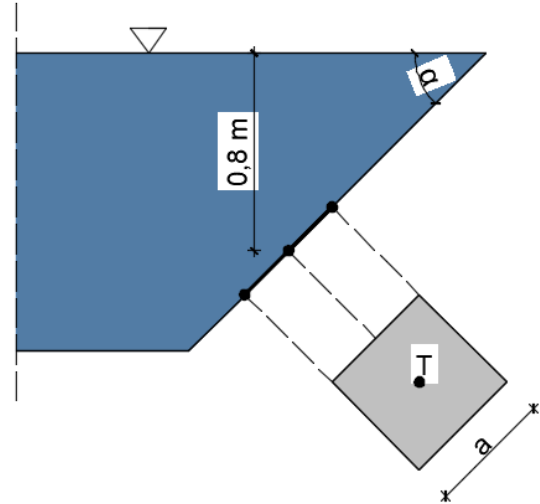
$$\rho_V=100\text{kg/m}^3$$

$$l_T = \frac{h_T}{0,707} = 1,13\text{m}$$

$$F_H = \rho g h_T A = 1000 \times 9,81 \times 0,8 \times 0,5^2$$

$$F_H = 1962\text{ N} = 1,96\text{ kN}$$

$$l_c = \frac{I}{l_T A} + l_T = \frac{\frac{a^4}{12}}{1,13 \times 0,25} + 1,13 = 1,15\text{ m}$$



U ovom primjeru izračunata je **udaljenost** centra sume tlaka u odnosu na razinu vode u posudi.

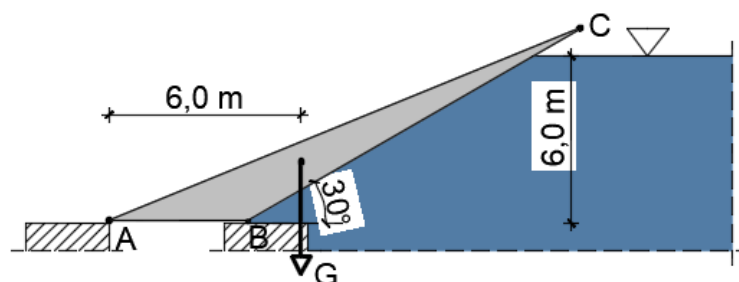
### Zadatak 2.1.6.

Automatski zatvarač ABC, okretljiv oko točke A, ima težinu  $G= 100\text{ kN/m}'$  i težište mu je udaljeno 6,0 m od točke A.

Ako je razina vode na uzvodnoj strani  $h=6,0$ , hoće li se zatvarač otvarati ili ne?

$$G=100\text{kN}$$

$$b=1,0\text{m}$$



$$F_H = \rho g h r A = 1000 \times 9,81 \times \frac{6,0}{2} \times 6,0 \times 1,0$$

$$F_H = 176,58 \text{ kN}$$

$$F_V = \rho g \frac{6,0}{2} \frac{6,0}{2} \text{ tg } \alpha$$

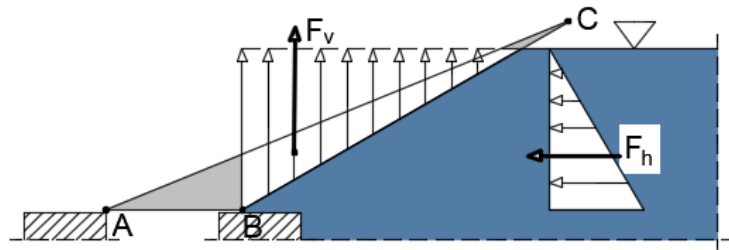
$$F_V = 353,16 \text{ kN}$$

$$\sum M_A = 0$$

$$G \times 6,0 = F_{Vx}(4,0 + 6,0) + F_{Hx} \times 2,0$$

$$600 = 3531,6 + 353,16$$

$$600 \text{ kNm} < 3885 \text{ kNm}$$



**ZAKLJUČAK:** Automatski zatvarač otvorit će se jer je moment težine zatvarača manji od momenta sile hidrostatskog tlaka koja na njega djeluje.

### Zadatak 2.1.7.

Odredite veličinu, položaj i smjer sile hidrostatskog tlaka na zakrivljenu površinu AB jedinične širine prema zadanoj slici.

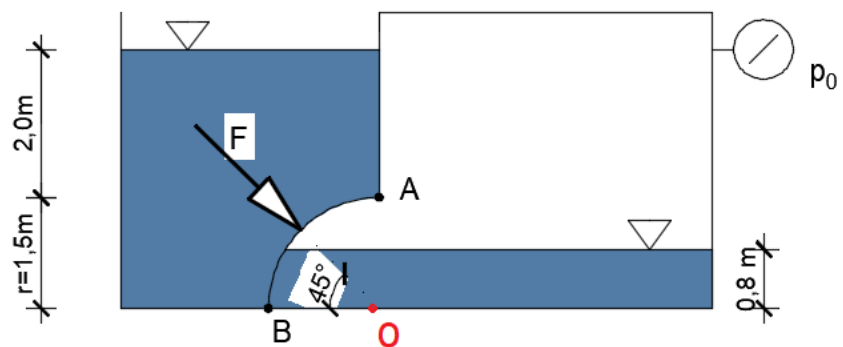
Zadano:

$$p_0 = 10 \text{ kPa}$$

$$b = 1,0 \text{ m}$$

$$p_0 = 10 \text{ kPa}$$

$$\rho = 1000 \text{ kg/m}^3$$



$$h' = p_0 / \rho g = 1,02 \text{ m} - \text{zamjenjujuća razina vode}$$

$$F_H^L = \rho g h \tau A = 1000 \times 9,81 \times \left( 2,0 + \frac{1,5}{2} \right) \times 1,5 \times 1,0 = 40,47 \text{ kn/m'}$$

$$F_H^D = \rho g h \tau A = 1000 \times 9,81 \times \left( 0,32 + \frac{1,5}{2} \right) \times 1,5 \times 1,0 = 15,74 \text{ kn/m'}$$

$$F_H = 24,73 \text{ kn/m'}$$

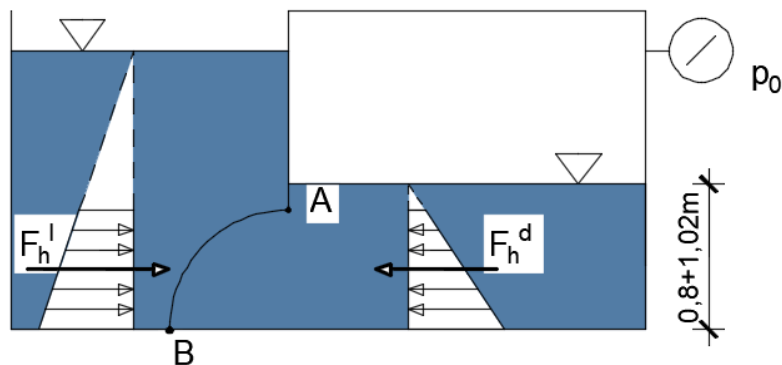
$$F_V = 1000 \times 9,81 \times [(3,5 - 1,82) \times 1,5 \times 1,0] = 24,72 \text{ kn/m'}$$

$$F = \sqrt{F_H^2 + F_V^2} = 34,98 \text{ kN/m'}$$

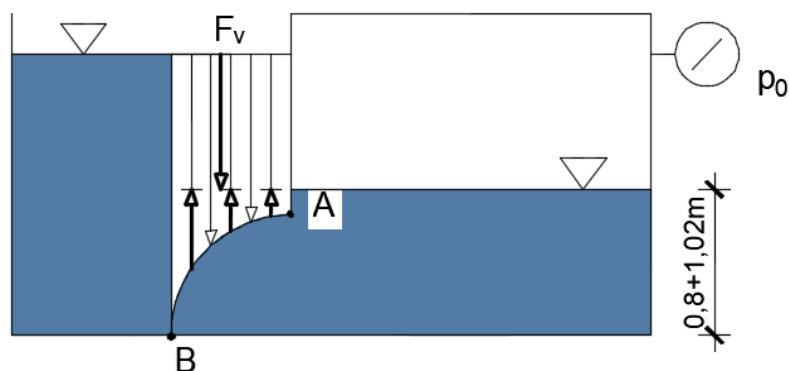
$$\text{tg } \alpha = \frac{F_V}{F_H} = 1,0 \Rightarrow \alpha = 45^\circ$$

Rezultanta prolazi kroz **središte zakrivljenosti** površine AB. Ova tvrdnja se može provjeriti izračunom sume momenata vertikalne i horizontalne komponente sile tlaka oko središta zakrivljenosti „O“ koja je jednaka nuli.

#### HORIZONTALNA KOMPONENTA:



#### VERTIKALNA KOMPONENTA:



### Zadatak 2.1.8.

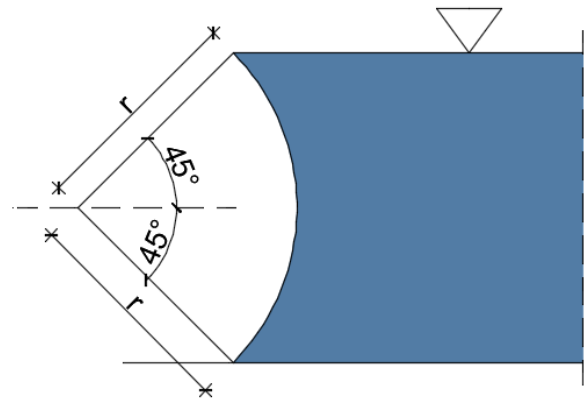
Odredite veličinu, smjer i položaj sile hidrostatskog tlaka na segmentni zatvarač.  
Zadano:  $r=5,0\text{ m}$ ;  $\rho_v=1000\text{ kg/m}^3$ . Zadatak riješiti po jedinici dužine zatvarača.

Zadano:

$$r=5,0\text{ m}$$

$$\rho_v=1000\text{ kg/m}^3$$

$$b=1,0\text{ m}$$



$$F, l_c, \alpha=?$$

$$F_H = \rho g h_T A = 1000 \times 9,81 \times 3,53 \times 7,07 \times 1,0$$

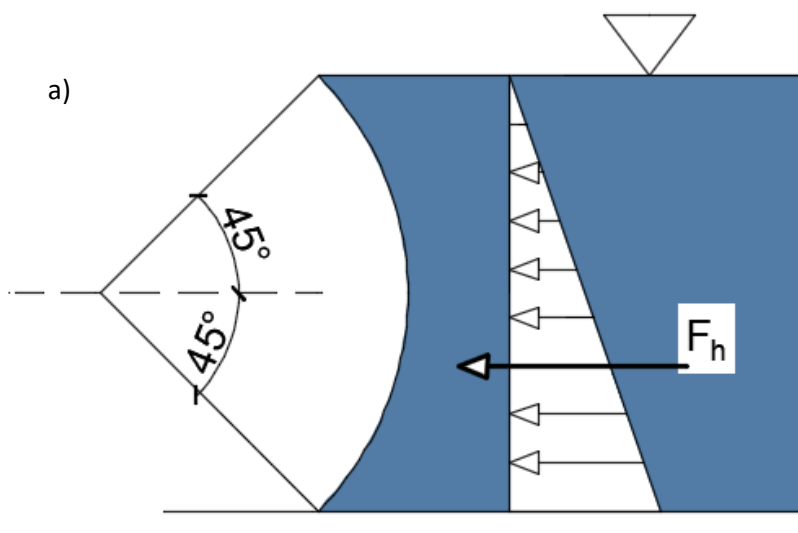
$$F_H = 245\text{ kN/m'}$$

$$F_v = \rho g \left( \frac{5,0^2 \pi}{4} - \frac{7,07 \times 3,53}{2} \right) \times 1,0 = 70\text{ kN/m'}$$

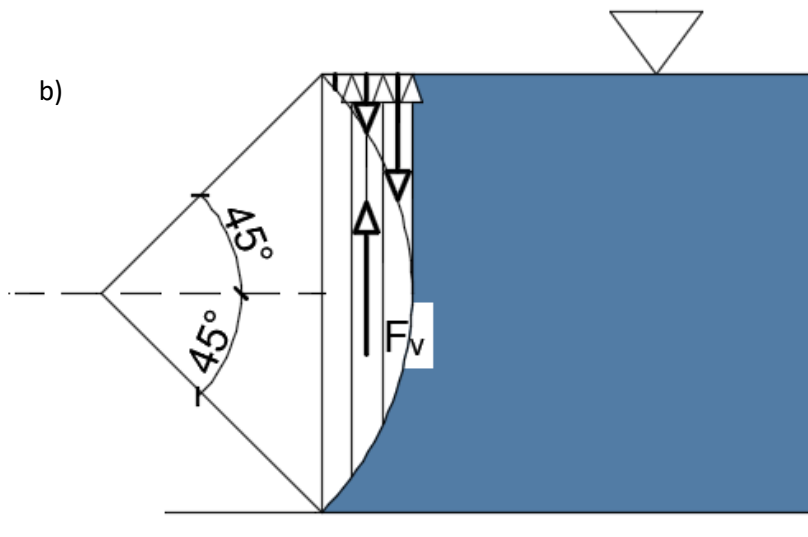
$$F = \sqrt{F_H^2 + F_v^2} = 255\text{ kN/m'}$$

$$\text{tg } \alpha = \frac{F_v}{F_H} = 0,28 \Rightarrow \alpha = 15,9^\circ$$

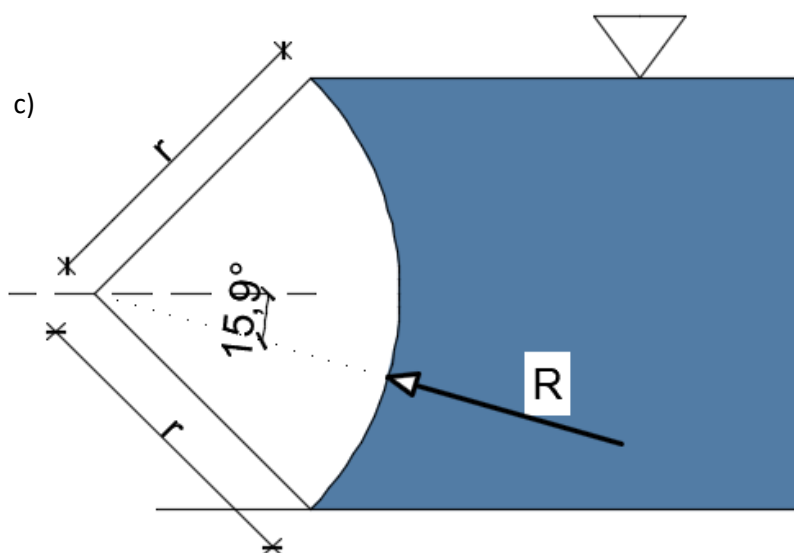
Na slici a) prikazan je dijagram tlaka i horizontalne komponenta sile hidrostatskog tlaka:



Na slici b) prikazan je dijagram tlaka i vertikalna komponenta sile hidrostatskog tlaka:



Na slici c) prikazan je položaj rezultante.

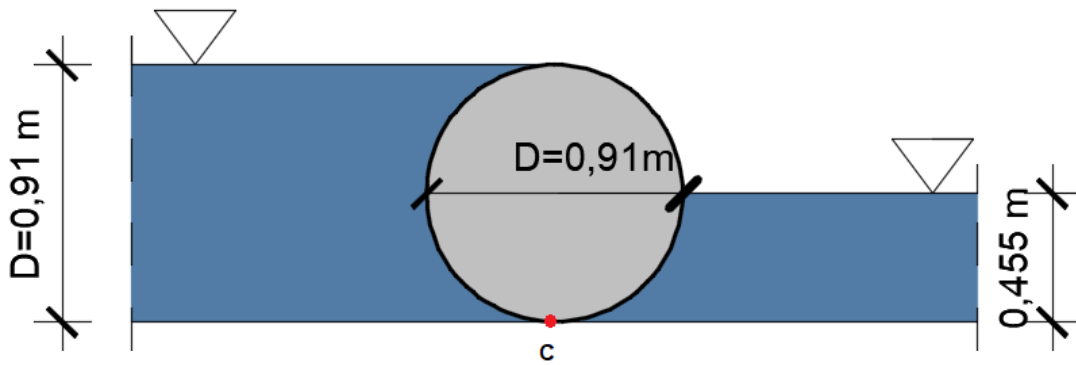


Rezultanta sile prolazi kroz središte zakrivljenosti zatvarača.

### Zadatak 2.1.9.

Odredite horizontalnu i vertikalnu reakciju na podlogu (točka C) ako čelična pregrada u obliku valjka promjera  $D=0,91$  m i duljine  $L=3,66$  m dijeli bazen na dva dijela. Gustoća čelika iznosi  $7850$  kg/m<sup>3</sup>.





$$D=0,91 \text{ m}$$

$$L=3,66 \text{ m}$$

$$C_x, C_y=?$$

$$A = \frac{D^2 \pi}{4} = \frac{0,91^2 \pi}{4} = 0,65 \text{ m}^2$$

$$G = \rho_{\text{ce}} g AL = 7850 \times 9,81 \times 0,65 \times 3,66 = 183,22 \text{ kN}$$

$$F_H^L = \rho_v h_L A = 1000 \times 9,81 \times \frac{0,91}{2} \times 3,66 = 16,34 \text{ kN}$$

$$F_V^L = \rho_v g \frac{A}{2} L = 1000 \times 9,81 \times \frac{0,65}{2} \times 3,66 = 11,67 \text{ kN}$$

$$F_H^D = \rho_v h_D A = 1000 \times 9,81 \times \frac{0,455}{2} \times 3,66 = 8,17 \text{ kN}$$

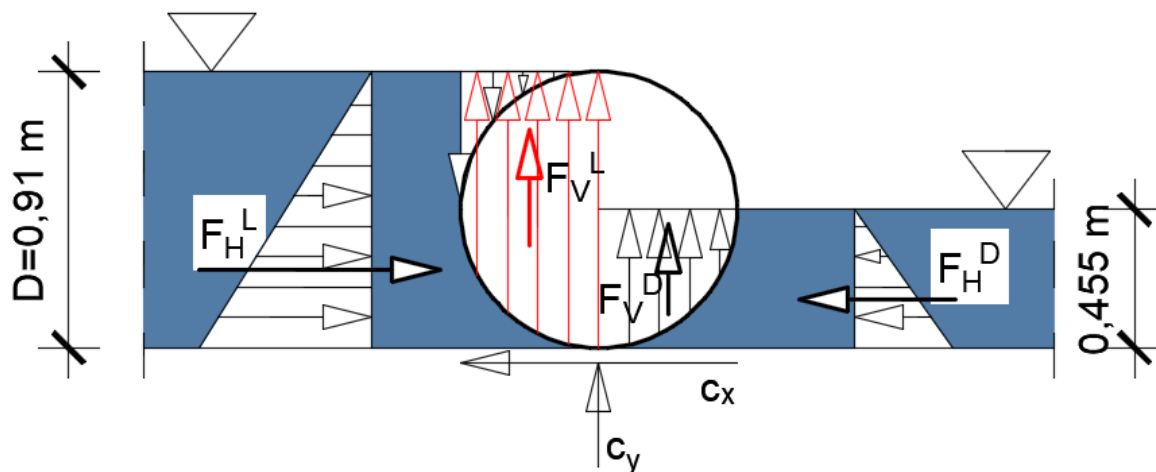
$$F_V^D = \rho_v g \frac{A}{4} L = 1000 \times 9,81 \times \frac{0,65}{4} \times 3,66 = 5,83 \text{ kN}$$

$$\sum F_x = 0$$

$$16,34 - 8,17 - C_x = 0 \Rightarrow C_x = 8,17 \text{ kN}$$

$$\sum F_y = 0$$

$$-183,22 + 11,67 + 5,83 - C_y = 0 \Rightarrow C_y = 165,72 \text{ kN}$$



### Zadatak 2.1.10.

Spremnik je djelomično popunjen tekućinom pri tlaku od  $1,519 \times 10^6$  Pa. Tekućina zauzima volumen od 1,232 l. Pri tlaku od  $3,039 \times 10^6$  Pa, volumen tekućine iznosi 1,231 l. Odredite modul elastičnosti.

$$p_1 = 1,519 \times 10^6 \text{ Pa}$$

$$p_2 = 3,039 \times 10^6 \text{ Pa}$$

$$V_1 = 1,232 \text{ l} = 0,001232 \text{ m}^3$$

$$V_2 = 1,231 \text{ l} = 0,001231 \text{ m}^3$$

---

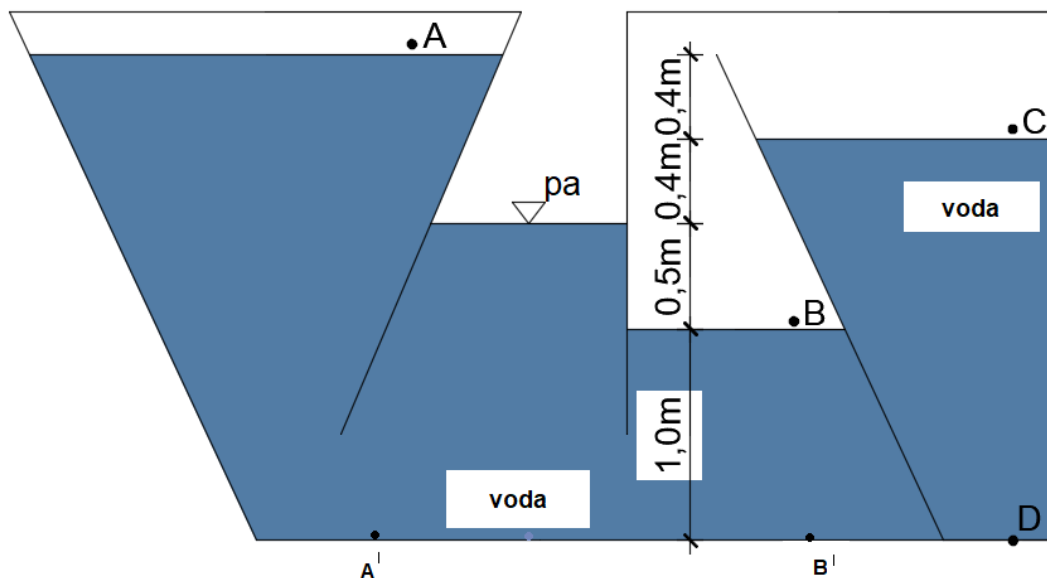

$$E = ?$$

$$E = \frac{\Delta p}{\frac{\Delta V}{V}}$$

$$E = \frac{3,039 \times 10^6 - 1,519 \times 10^6}{\frac{0,000001}{0,001232}} = \frac{1,52 \times 10^6}{0,0008117} = 1,872 \times 10^6 \text{ Pa}$$

### Zadatak 2.1.11.

Odredite tlakove u točkama A, B, C i D u posudi s međusobno spojenim komorama. Gustoća vode iznosi  $1000 \text{ kg/m}^3$ .



U zadatku je potrebno primijeniti tzv. zakon spojenih posuda. Prve 3 komore čine zaseban dio rezervoara i na njegovo dno djeluje isti tlak bez obzira o kojoj se komori radi. Posljednja komora potpuno je odijeljena, a tlakovi u točkama B i C su jednaki. Ako uvedemo projekcije točaka A i B na dno posude A' i B', tada će biti:

$$p_A + \rho g h_{A'} = p_a + \rho g h_E \Rightarrow p_A + 1000 \times 9,81(1,0 + 0,5 + 0,4 + 0,4) = 1000 \times 9,81(1,0 + 0,5)$$

$$p_A = -7848 \text{ Pa}$$

$$p_A + \rho g h_{A'} = p_B + \rho g h_{B'} \Rightarrow -7848 + 1000 \times 9,81(1,0 + 0,5 + 0,4 + 0,4) = p_B + 1000 \times 9,81 \times 1,0$$

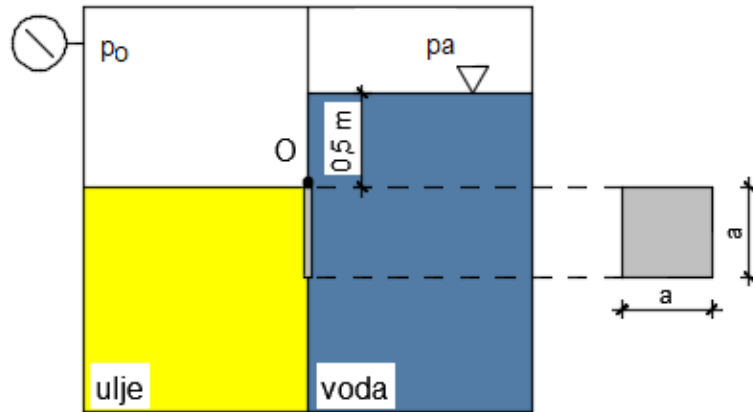
$$p_B = 4905 \text{ Pa}$$

$$p_B = p_C$$

$$p_D = p_C + \rho g h_D = p_C + \rho g h_D \Rightarrow 4905 + 1000 \times 9,81(1,0 + 0,5 + 0,4) = 23544 \text{ Pa}$$

### Zadatak 2.1.12.

Odredite tlak u lijevoj komori ( $p_o$ ) u kojoj se nalazi ulje gustoće  $900 \text{ kg/m}^3$  potreban za otvaranje zatvarača kvadratnog oblika ( $a=1,5 \text{ m}$ ) okretljivog oko točke O. U desnoj komori nalazi se voda gustoće  $1000 \text{ kg/m}^3$ , a površina vode je izložena atmosferskom tlaku.



$$\begin{aligned} a &= 1,5 \text{ m} \\ \rho_v &= 1000 \text{ kg/m}^3 \\ \rho_{ulje} &= 900 \text{ kg/m}^3 \\ p_o &=? \end{aligned}$$

$$A = a^2 = 1,5^2 = 2,25 \text{ m}^2$$

$$F_{H1} = \rho_{ulje} g h_T A = 900 \times 9,81 \times \frac{1,5}{2} \times 2,25 = 14,90 \text{ kN}$$

$$P = p_o \times A = p_o \times 2,25 \text{ kN}$$

$$F_{H2} = \rho_v g h_T A = 1000 \times 9,81 \left( 0,5 + \frac{1,5}{2} \right) \times 2,25 = 27,59 \text{ kN}$$

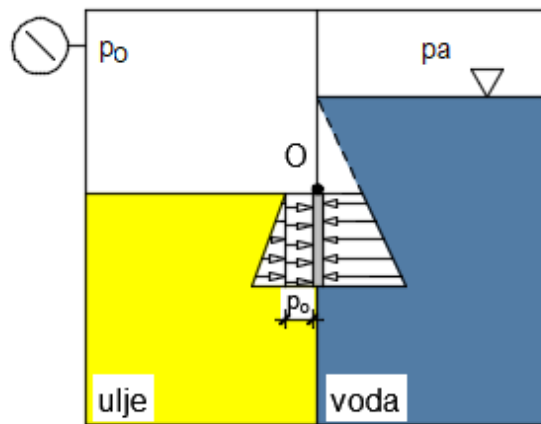
$$h_{c2} = \frac{I}{h_T A} + h_T = \frac{1,5^4}{1,25 \times 2,25} + 1,25 = 1,4 \text{ m}$$

$$\sum F_o = 0$$

$$F_{H1} \times \frac{2}{3} a + (p_o \times 2,25) \times \frac{a}{2} - F_{H2} \times (h_{c2} - 0,5) = 0$$

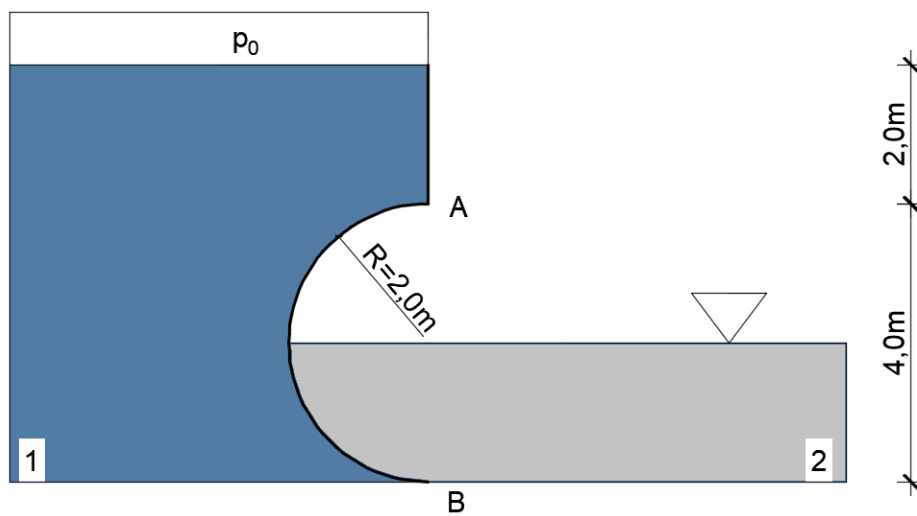
$$14,9 \times 1,0 + p_o \times 1,687 - 27,59 \times 0,9 = 0$$

$$p_o = 9,931 \text{ kN/m}^2 = 9931 \text{ Pa} = 0,1 \text{ bar}$$



### Zadatak 2.1.13.

Odredite veličinu, smjer i položaj rezultantne sile koja djeluje na konstrukciju AB širine 3,5 m. Skicirajte dijagrame tlakova na konstrukciju AB. Gustoća vode u prvom spremniku je  $1000 \text{ kg/m}^3$ , a u drugom  $1050 \text{ kg/m}^3$ . Tlak u posudi ( $p_0$ ) iznosi 0,3 bara.



$B=3,5 \text{ m}$   
 $\rho_1=1000 \text{ kg/m}^3$   
 $\rho_2=1050 \text{ kg/m}^3$   
 $F, \alpha=?$

$$h' = \frac{p_0 \times 10^5}{\rho_1 g} = \frac{0,3 \times 10^5}{1000 \times 9,81} = 3,06 \text{ m}$$

$$F_{H1} = \rho_1 g h r A = 1000 \times 9,81 \times (h' + 2,0 + r) \times 4,0 \times 3,5 = 969,62 \text{ kN}$$

$$F_{H2} = \rho_2 g h r A = 1050 \times 9,81 \times \frac{2,0}{2} \times 3,5 = 36,05 \text{ kN}$$

$$F_H = F_{H1} - F_{H2} = 933,56 \text{ kN} \rightarrow$$

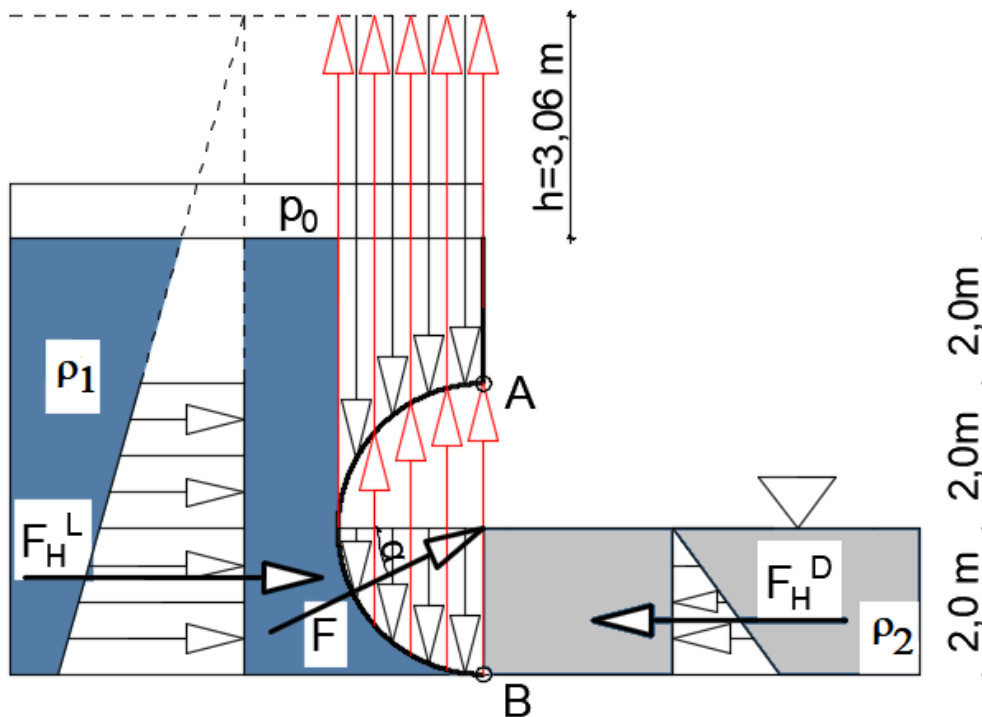
$$F_{V1} = \rho_1 g V = 1000 \times 9,81 \times \frac{r^2 \pi}{2} \times 3,5 = 215,73 \text{ kN}$$

$$F_{V2} = \rho_2 g V = 1050 \times 9,81 \times \frac{r^2 \pi}{4} \times 3,5 = 113,26 \text{ kN}$$

$$F_V = F_{V1} - F_{V2} = 102,47 \text{ kN} \uparrow$$

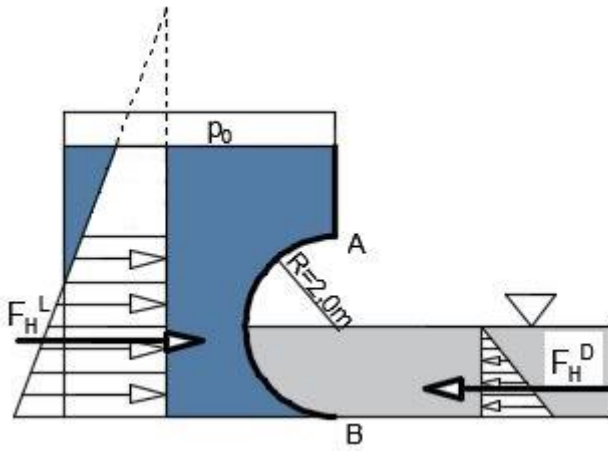
$$F = \sqrt{F_H^2 + F_V^2} = 939,17 \text{ kN} / m'$$

$$\text{tg } \alpha = \frac{F_V}{F_H} = 0,11 \Rightarrow \alpha = 6,26^\circ$$

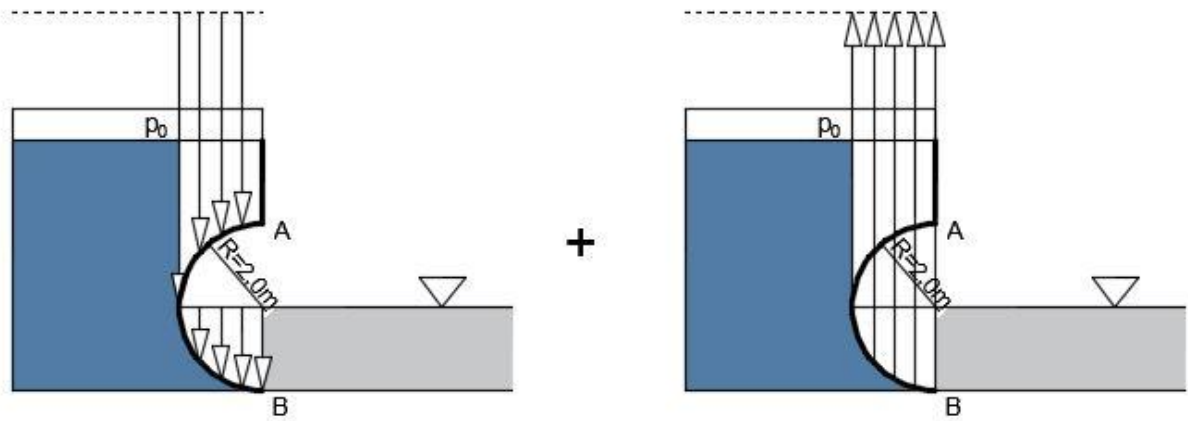


Gornja slika prikazuje dijagram tlakova na zadanu površinu. Do njega se došlo analizom tlakova u horizontalnom i vertikalnom smjeru što je prikazano na sljedećim slikama.

## DIJAGRAMI HORIZONTALNE KOMPONENTE TLAKA

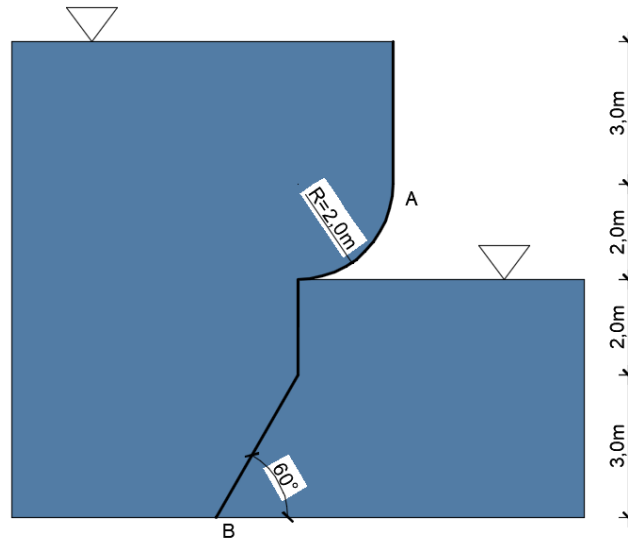


## DIJAGRAMI VERTIKALNE KOMPONENTE TLAKA



### Zadatak 2.1.14.

Odredite veličinu, smjer i položaj rezultantne sile koja djeluje na konstrukciju AB širine 2,0 m. Skicirajte dijagrame tlakova na konstrukciju. Gustoća vode je  $1000 \text{ kg/m}^3$ .



$$B=2,0 \text{ m}$$

$$\rho=1000 \text{ kg/m}^3$$

$$F, X, \alpha=?$$

$$F_{H1} = \rho g h_T A = 1000 \times 9,81 \left( 3,0 + \frac{2,0 + 2,0 + 3,0}{2} \right) \times 7,0 \times 2,0 = 892,7 \text{ kN}$$

$$F_{H2} = \rho g h_T A = 1000 \times 9,81 \times \frac{2,0 + 3,0}{2} \times 5,0 \times 2,0 = 245,25 \text{ kN}$$

$$F_H = F_{H1} - F_{H2} = 647,46 \text{ kN}$$

$$F_{V1} = \rho g V = 1000 \times 9,81 \times 3,0 \times 2,0 \times 2,0 = 117,72 \text{ kN}$$

$$F_{V2} = \rho g V = 1000 \times 9,81 \times \frac{R^2 \pi}{4} \times 2,0 = 61,61 \text{ kN}$$

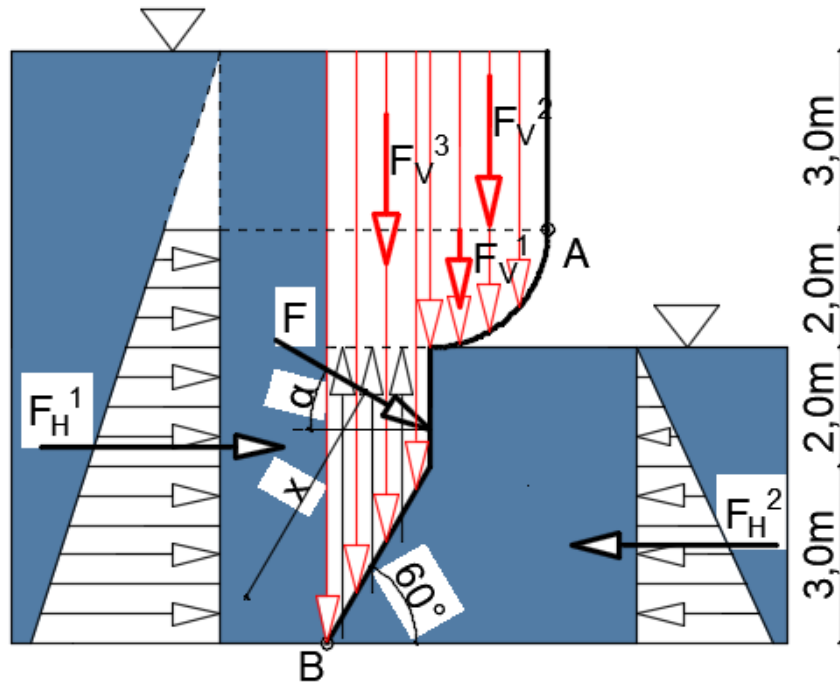
$$F_{V3} = \rho g V = 1000 \times 9,81 \times 5,0 \times 1,73 \times 2,0 = 169,71 \text{ kN}$$

$$F_V = F_{V1} + F_{V2} + F_{V3} = 349,03 \text{ kN}$$

$$F = \sqrt{F_H^2 + F_V^2} = 735,54 \text{ kN}$$

$$\text{tg } \alpha = \frac{F_V}{F_H} = 0,54 \Rightarrow \alpha = 28,3^\circ$$





Kao što se vidi na slici, hvatišta sila nalaze se u težištu dijagrama tlaka i u odnosu na točku B imaju sljedeće dubine, odnosno udaljenost:

$$h_{H1} = \frac{2,0 + 2,0 + 3,0}{3} = 2,34 \text{ m}$$

$$h_{H2} = \frac{2,0 + 3,0}{3} = 1,67 \text{ m}$$

$$l_{V1} = \frac{h}{\operatorname{tg} \alpha} + \frac{R}{2} = 1,73 + 1,0 = 2,73 \text{ m}$$

$$l_{V2} = \frac{h}{\operatorname{tg} \alpha} + \frac{4R\sqrt{2}}{3\pi} = 1,73 + 1,21 = 2,94 \text{ m}$$

$$l_{V3} = \frac{1}{2} x \frac{h}{\operatorname{tg} \alpha} = 0,865$$

gdje izraz  $\frac{4R\sqrt{2}}{3\pi}$  predstavlja težište četvrtine kruga

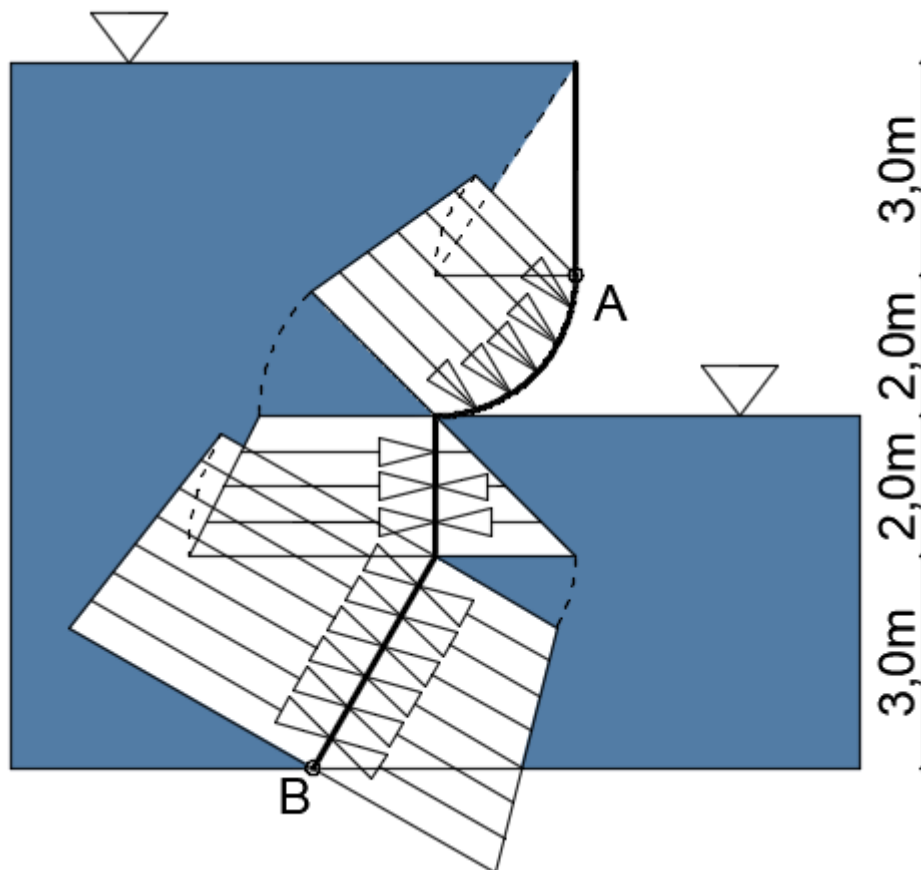
$$\sum M_B = 0$$

$$F_{H1}x2,34 - F_{H2}x1,67 + F_{V1}2,73 + F_{V2}x2,94 + F_{V3}x0,865 - F_xX = 0$$

$$2088,94 - 409,57 + 321,37 + 181,13 + 146,8 - 735,54xX = 0$$

$$X = 3,16 \text{ m}$$

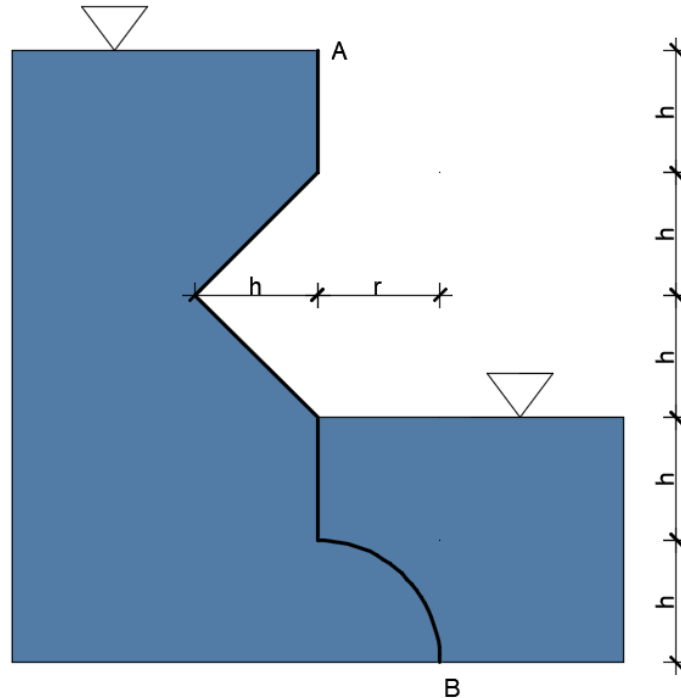
Izračunom sume momenata na točku B može se odrediti položaj (dubina) hvatišta sile hidrostatskog tlaka.



Realna raspodjela tlaka na površinu AB prikazana je na sljedećoj slici i jasno je vidljivo povećanje hidrostatskog tlaka s dubinom i djelovanje hidrostatskog tlaka okomito na promatranu površinu.

### Zadatak 2.1.15.

Odredite veličinu, smjer i položaj rezultantne sile koja djeluje na konstrukciju AB širine 3 m. Skicirajte dijagrame tlakova na konstrukciju. Gustoća vode je  $1000 \text{ kg/m}^3$ ,  $h=r=2,0 \text{ m}$ .



$$h=r=2,0 \text{ m}$$

$$B=3,0 \text{ m}$$

$$\rho_1=1000 \text{ kg/m}^3$$

$$F, X, \alpha=?$$

$$F_{H1} = \rho g h \tau A = 1000 \times 9,81 \times \frac{5 \times 2,0}{2} \times 10,0 \times 3,0 = 1471,5 \text{ kN}$$

$$F_{H2} = \rho g h \tau A = 1000 \times 9,81 \times \frac{2 \times 2,0}{2} \times 4,0 \times 3,0 = 235,44 \text{ kN}$$

$$F_H = F_{H1} - F_{H2} = 1236,06 \text{ kN}$$

$$F_{V1} = \rho g V = 1000 \times 9,81 \times \frac{2 \times 2,0 \times 2,0}{2} \times 3,0 = 117,72 \text{ kN}$$

$$F_{V2} = \rho g V = 1000 \times 9,81 \times 2,0 \times 3 \times 2,0 \times 3,0 = 353,16 \text{ kN}$$

$$F_V = F_{V1} + F_{V2} = 470,88 \text{ kN}$$

$$F = \sqrt{F_H^2 + F_V^2} = 1322,71 \text{ kN}$$

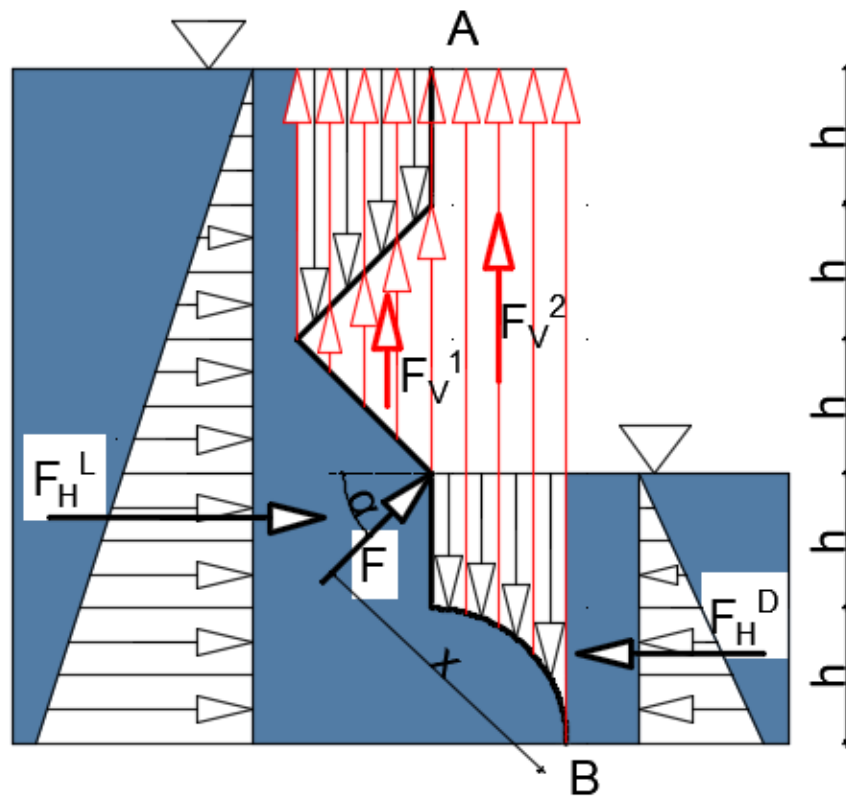
$$\text{tg } \alpha = \frac{F_V}{F_H} = 0,38 \Rightarrow \alpha = 20,8^\circ$$

$$\sum M_B = 0$$

$$F_{H1}x \frac{5x2,0}{3} - F_{H2}x \frac{2x2,0}{3} + F_{v1} \left( 2,0 + \frac{2,0}{3} \right) + F_{v2}x \frac{2,0}{2} - FX = 0$$

$$4903,34 - 313,92 + 313,92 + 353,16 - 525,8x = 0$$

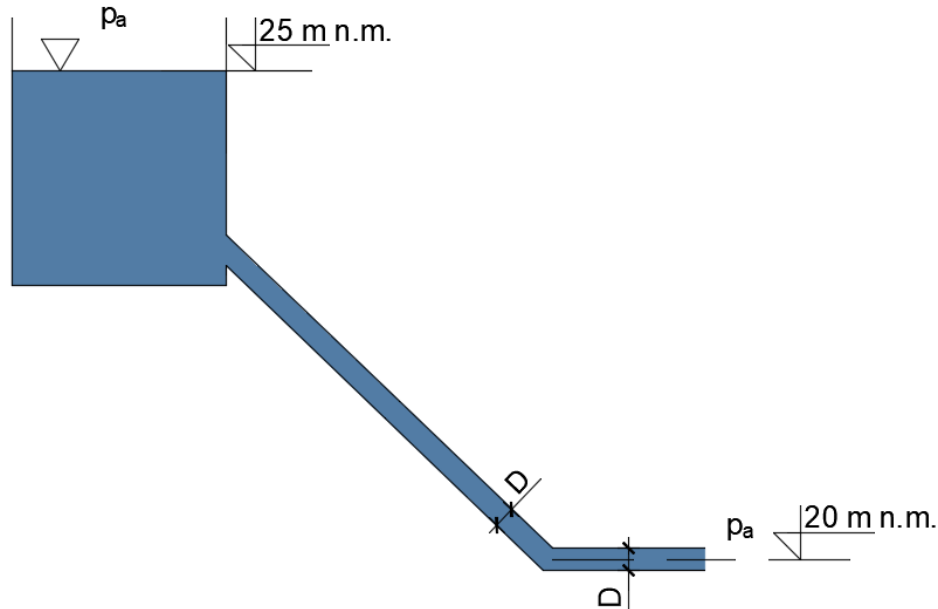
$$X = 3,97 \approx 4,0m$$



## 2.2. STRUJANJE POD TLAKOM

### Zadatak 2.2.1.

Odredite protok i brzinu istjecanja idealne kapljevine iz cijevi promjera  $D=200\text{mm}$  u zadanom sustavu prema slici. Nacrtajte energetska i pijezometarska linija.



$$H_1 = 25 \text{ m n.m.}$$

$$H_2 = 20 \text{ m n.m.}$$

$$D = 200 \text{ mm}; A = 0,0314 \text{ m}^2$$

---

$$Q, v = ?$$

Referentnu ravninu nije potrebno definirati jer su visine zadane apsolutnim kotama, što znači da je referentna ravnina na razini mora.

Bernoullijeva jednačba postavlja se za karakteristične presjeke – na razini kapljevine u rezervoaru (presjek 1) i na izlazu cijevi (presjek 2).

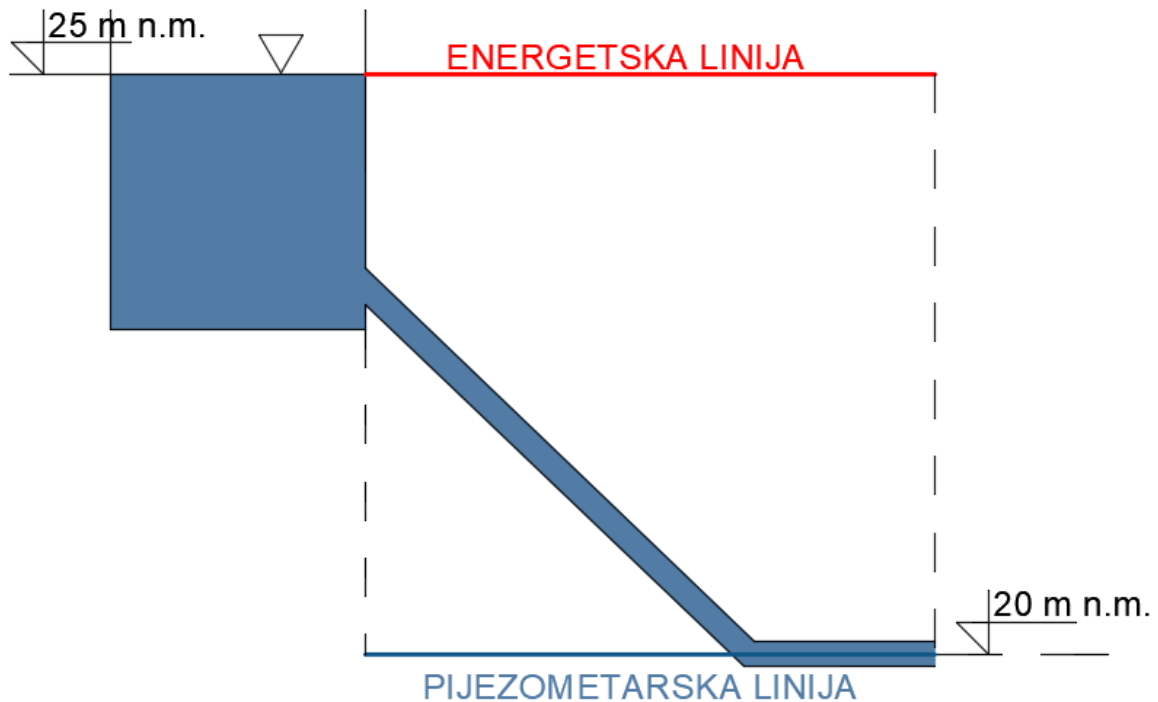
Bernoullijeva jednačba:

$$z_1 + \frac{p_1}{\rho g} + \frac{v_1^2}{2g} = z_2 + \frac{p_2}{\rho g} + \frac{v_2^2}{2g}$$

$$25 = 20 + \frac{v_2^2}{2g}$$

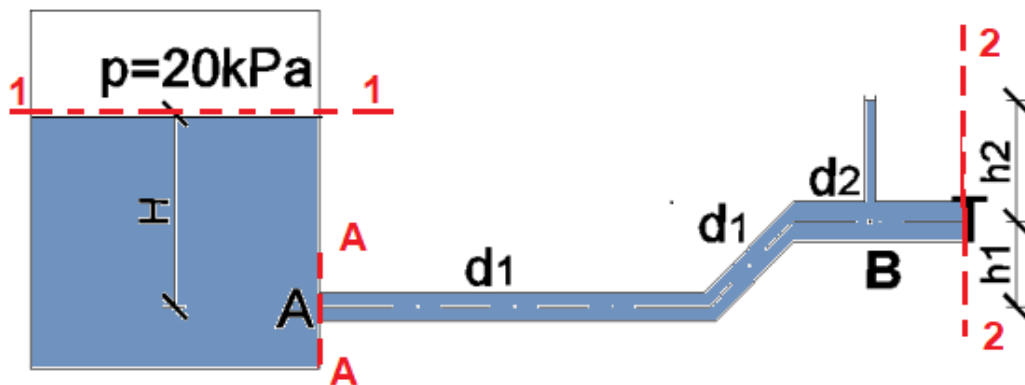
$$5 = \frac{v_2^2}{2g} \Rightarrow v_2 = 9,9 \text{ m/s}$$

$$Q = Av = 0,0314 \times 9,9 = 0,31 \text{ m}^3/\text{s} = 311 \text{ l/s}$$



### Zadatak 2.2.2.

Odredite dubinu vode  $H$  i tlak u točki  $A$  za sustav na slici pod pretpostavkom idealne kapljevine. Razina vode u pijeziometru iznosi  $2,0$  m. Zadano:  $d_1=100$  mm;  $d_2=200$  mm;  $Q=25$  l/s;  $h_1=2,5$  m;  $h_2=2,0$  m. Nacrtajte energetsku i pijeziometrijsku liniju.



$$p=20 \text{ kPa}$$

$$d_1=100 \text{ mm} \Rightarrow A_1=0,0078 \text{ m}^2 \Rightarrow v_1=v_A=3,183 \text{ m/s}$$

$$d_2=200 \text{ mm} \Rightarrow A_2=0,0031 \text{ m}^2 \Rightarrow v_2=0,796 \text{ m/s}$$

$$Q=25 \text{ l/s}$$

$$h_1=2,5 \text{ m}$$

$$h_2=2,0 \text{ m} \Rightarrow \text{pijeziometarska visina u točki B}$$

$$H, p_A = ?$$

Ako referentnu ravninu položimo u os cijevi i postavimo Bernoullijevu jednadžbu za presjke 1-1 i 2-2, možemo izračunati  $z_1$ , odnosno dubinu vode  $H$ .

$$z_1 + \frac{p_1}{\rho g} + \frac{v_1^2}{2g} = z_2 + \frac{p_2}{\rho g} + \frac{v_2^2}{2g}$$

$$z_1 + \frac{20 \times 10^3}{1000 \times 9,81} + 0 = 2,5 + 2,0 + \frac{0,796^2}{2 \times 9,81}$$

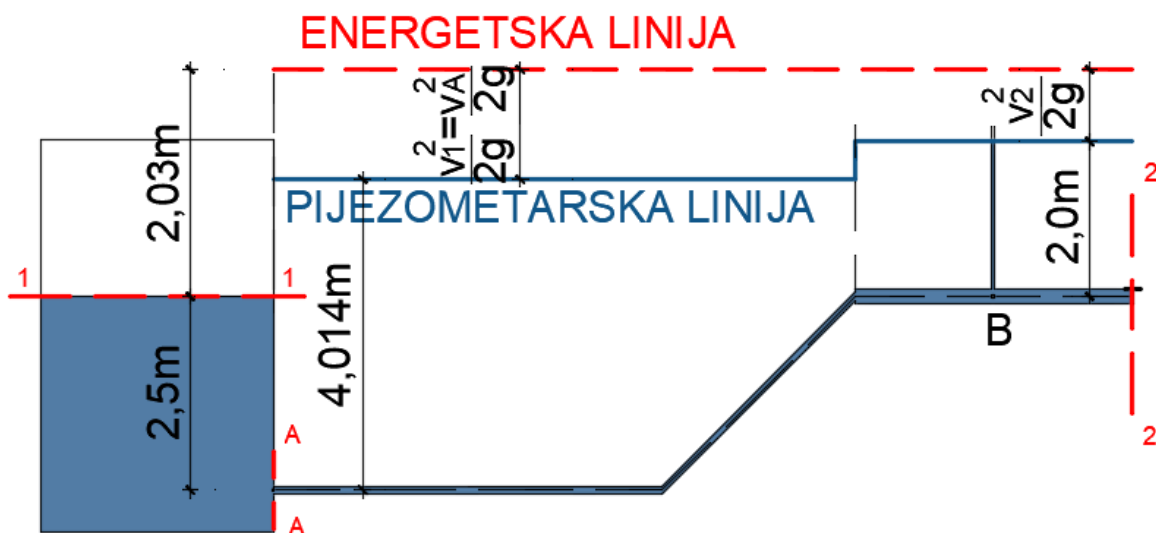
$$z_1 = 2,5m$$

Drugu Bernoullijevu jednadžbu postavimo za presjke 1-1 i A-A i možemo izračunati tlak u točki A ( $p_A$ ).

$$z_1 + \frac{p_1}{\rho g} + \frac{v_1^2}{2g} = z_A + \frac{p_A}{\rho g} + \frac{v_A^2}{2g}$$

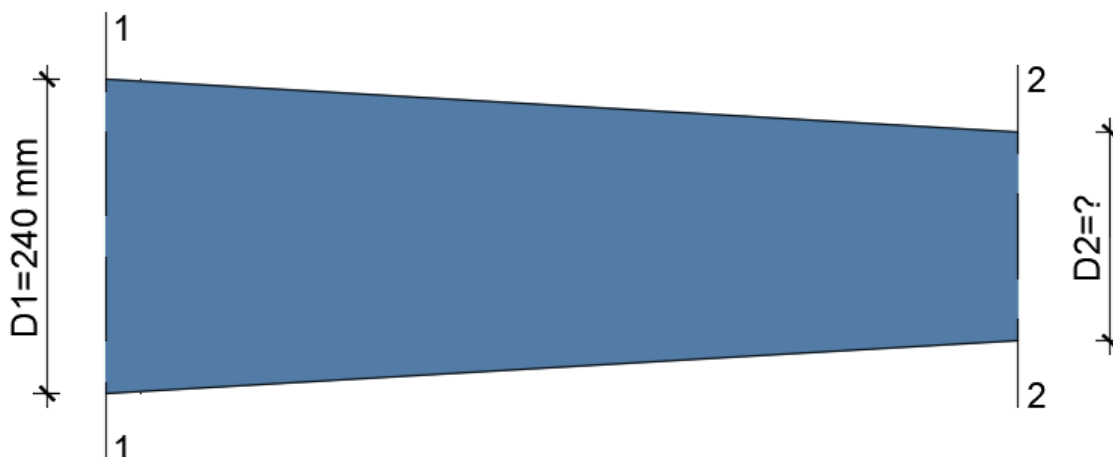
$$2,5 + \frac{20 \times 10^3}{1000 \times 9,81} + 0 = 0 + \frac{p_A}{1000 \times 9,81} + \frac{3,183^2}{2 \times 9,81}$$

$$p_A = 39,37kPa$$



### Zadatak 2.2.3.

Odredite promjer cijevi  $D_2$  ako je promjer  $D_1=240$  mm, protok  $Q=50$  l/s, a prirast brzine od presjeka 1 do presjeka 2,  $\Delta v=0,35$ m/s. Pretpostavite strujanje idealnog fluida.



$$D_1=240 \text{ mm}; A_1=0,0452 \text{ m}^2$$

$$Q= 50 \text{ l/s} =0,05 \text{ m}^3/\text{s}$$

$$\Delta v=0,35 \text{ m/s}$$

---

$$D_2=?$$

Jednadžba kontinuiteta:  $Q=A_1v_1=A_2v_2$

$$v_1 = \frac{Q}{A_1} = \frac{0,05}{0,0452} = 1,1 \text{ m/s}$$

$$v_2 = v_1 + \Delta v = 1,1 + 0,35 = 1,46 \text{ m/s}$$

$$A_2 = \frac{Q}{v_2} = \frac{0,05}{1,46} = 0,034 \text{ m}^2$$

$$D = 0,209 \text{ m} \approx 210 \text{ mm}$$



### Zadatak 2.2.4.

Kroz cijev promjera  $d=75\text{ mm}$  istječe voda iz rezervoara A, u kojem postoji pretlak  $p_m=120\text{ kPa}$ , u rezervoar B. Razine vode u rezervoarima zadane su apsolutnim kotama. Neposredno ispred ulaza u rezervoar B nalazi se zatvarač. Odredite protok kroz sustav i nacrtajte energetske i piježometarske linije.

$$d = 75\text{ mm} = 0,075\text{ m}$$

$$p_m = 120\text{ kPa} = 120000\text{ Pa}$$

$$\xi_{ulaz} = 0,5$$

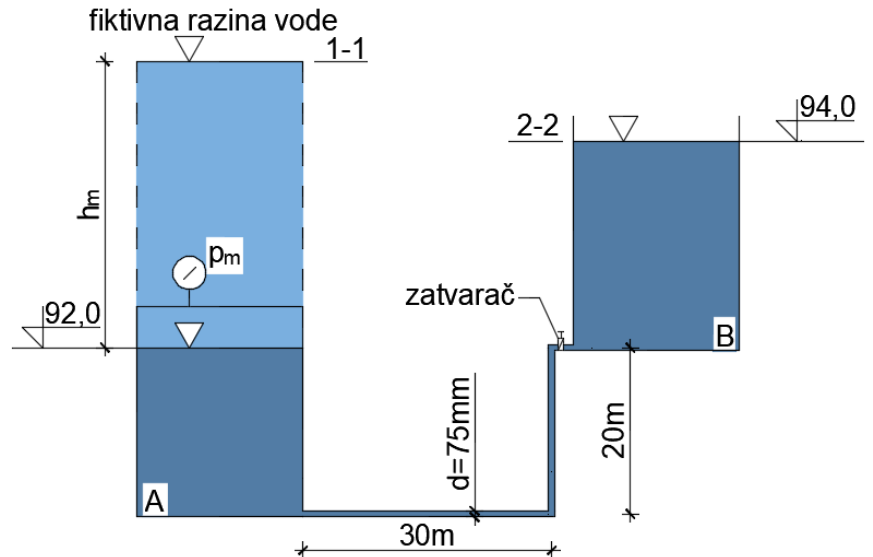
$$\xi_{koljeno} = 0,2$$

$$\xi_{zatvar a\check{c}} = 5,0$$

$$\xi_{izlaz} = 1,0$$

$$\lambda = 0,04$$

$$Q = ?$$



Tlak u rezervoaru A zamjenjuje se fiktivnom razinom vode:

$$h_m = \frac{p_m}{\rho \cdot g} = \frac{120000}{1000 \cdot g} = 12,23\text{ m}$$

Postavlja se Bernoullijeva jednadžba za presjeka 1 i 2. S obzirom da su razine vode u rezervoarima zadane u apsolutnim kotama, referentna ravnina je na 0 m n.m.

$$z_1 + \frac{p_1}{\rho \cdot g} + \frac{v_1^2}{2 \cdot g} = z_2 + \frac{p_2}{\rho \cdot g} + \frac{v_2^2}{2 \cdot g} + \sum \Delta H$$

$$(92 + 12,23) + 0 + 0 = 94 + 0 + 0 + \sum \Delta H$$

$$\Rightarrow \sum \Delta H = 10,23\text{ m}$$

Cijev između rezervoara A i B konstantnog je poprečnog presjeka pa vrijedi:

$$v_1 = v_2 = v$$

I tada su hidraulički gubici u sustavu:

$$\sum \Delta H = \Delta h_{ulaz} + \Delta h_{lin}^I + \Delta h_{koljeno} + \Delta h_{lin}^{II} + \Delta h_{koljeno} + \Delta h_{zatvar a\check{c}} + \Delta h_{izlaz}$$

$$\Delta h_{ulaz} = \xi_{ulaz} \cdot \frac{v^2}{2 \cdot g} = 0,5 \cdot \frac{v^2}{2 \cdot g}$$

$$\Delta h_{lin}^I = \lambda \cdot \frac{L_1}{d} \cdot \frac{v^2}{2 \cdot g} = 0,04 \cdot \frac{30}{0,075} \cdot \frac{v^2}{2 \cdot g} = 16 \cdot \frac{v^2}{2 \cdot g}$$

$$\Delta h_{koljeno} = \xi_{koljeno} \cdot \frac{v^2}{2 \cdot g} = 0,2 \cdot \frac{v^2}{2 \cdot g}$$

$$\Delta h_{lin}^{II} = \lambda \cdot \frac{L_2}{d} \cdot \frac{v^2}{2 \cdot g} = 0,04 \cdot \frac{20}{0,075} \cdot \frac{v^2}{2 \cdot g} = 10,67 \cdot \frac{v^2}{2 \cdot g}$$

$$\Delta h_{koljeno} = \xi_{koljeno} \cdot \frac{v^2}{2 \cdot g} = 0,2 \cdot \frac{v^2}{2 \cdot g}$$

$$\Delta h_{zat \text{ var ač}} = \xi_{zat \text{ var ač}} \cdot \frac{v^2}{2 \cdot g} = 5,0 \cdot \frac{v^2}{2 \cdot g}$$

$$\Delta h_{izlaz} = \xi_{izlaz} \cdot \frac{v^2}{2 \cdot g} = 1,0 \cdot \frac{v^2}{2 \cdot g}$$

$$\Rightarrow \sum \Delta H = \frac{v^2}{2 \cdot g} \cdot (0,5 + 16 + 0,2 + 10,67 + 0,2 + 5 + 1) = 33,57 \cdot \frac{v^2}{2 \cdot g}$$

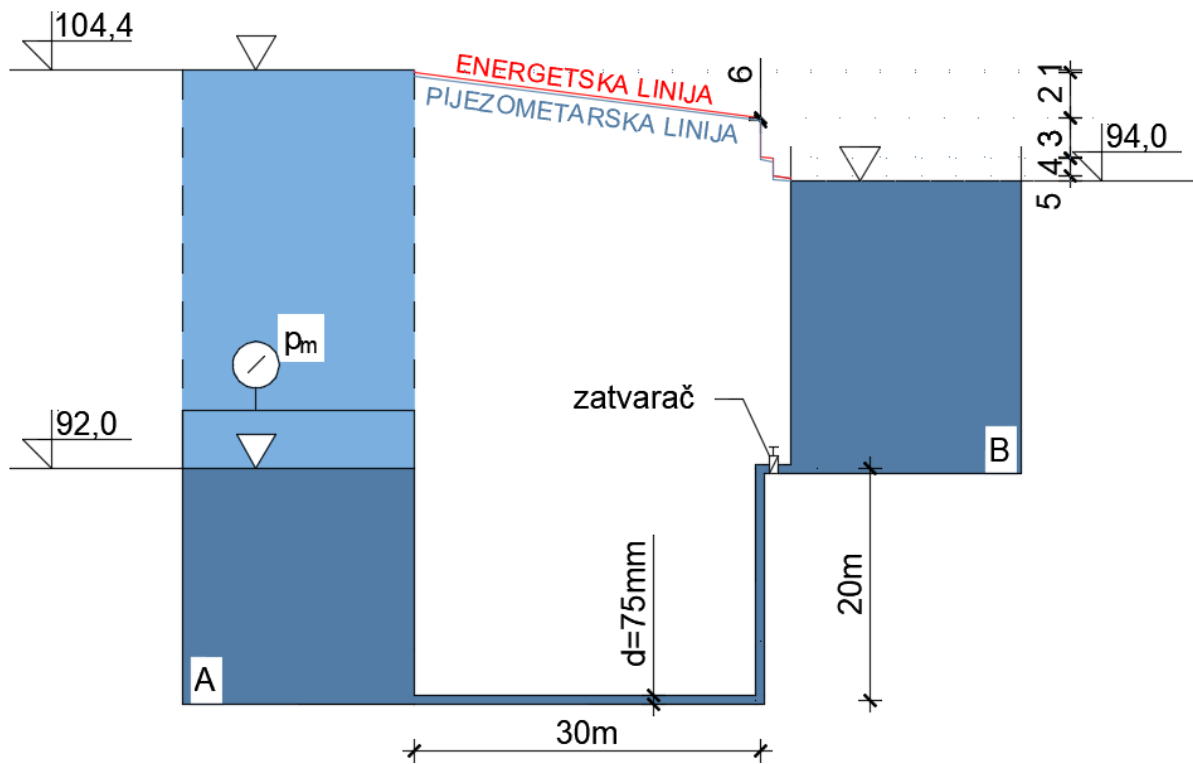
$$\Rightarrow 10,23 = 33,57 \cdot \frac{v^2}{2 \cdot g} \Rightarrow v = 2,44 \text{ m / s}$$

Za poznatu brzinu i protjecajnu površinu protok u sustavu određuje se iz jednadžbe kontinuiteta:

$$Q = A \cdot v = \frac{d^2 \cdot \pi}{4} \cdot v = \frac{0,075^2 \cdot \pi}{4} \cdot 2,44$$

$$Q = 0,01077 \text{ m}^3 / \text{s} = 10,77 \text{ l / s}$$

Na slici su prikazane energetska i pjezometarska linija s oznakama hidrauličkih gubitaka na sustavu brojevima od 1-6 .



$$1 = \Delta h_{ulaz}$$

$$2 = \Delta h_{lin}^I$$

$$3 = \Delta h_{koljeno} + \Delta h_{lin}^{II} + \Delta h_{koljeno}$$

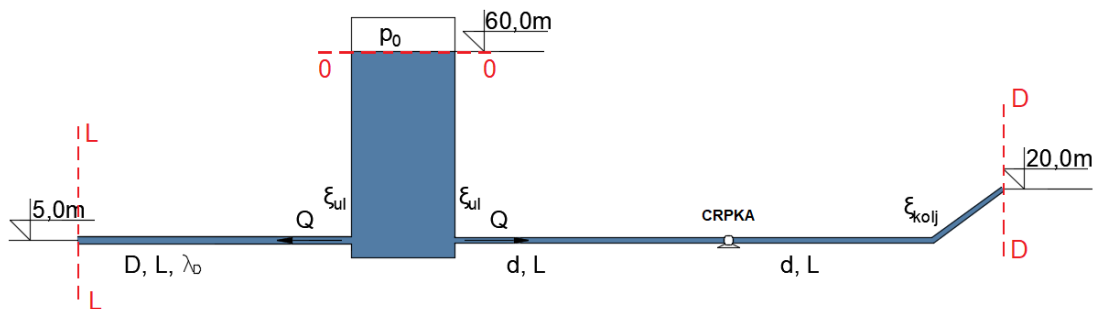
$$4 = \Delta h_{zatvarač}$$

$$5 = \Delta h_{izlaz}$$

$$6 = \frac{v^2}{2 \cdot g}$$

### Zadatak 2.2.5.

Za cjevovod na slici potrebno je odrediti snagu crpke kojom će se omogućiti isti protok u „lijevoj“ i „desnoj“ grani cjevovoda. Voda iz obje grane istječe u atmosferu. Nacrtajte energetska i pijezometarska linija, odredite snagu crpke i protok. Zadano:  $p_0 = -49,05 \text{ kPa}$ ;  $D = 200 \text{ mm}$ ;  $d = 150 \text{ mm}$ ;  $L = 2000 \text{ m}$ ;  $\xi_{ul} = 0,5$ ;  $\xi_{kolj} = 1,3$ ;  $\varepsilon = 0,2 \text{ mm}$ ;  $\nu = 1,14 \cdot 10^{-6} \text{ m}^2/\text{s}$ ;  $\lambda_D = 0,02$  (za lijevi dio cjevovoda). Iskoristivost crpke je 75%.



$$\begin{aligned}
 P_0 &= -49,5 \text{ kPa} \\
 D &= 200 \text{ mm} = 0,2 \text{ m} \Rightarrow A_L = 0,0134 \text{ m}^2 \\
 d &= 150 \text{ mm} = 0,15 \text{ m} \Rightarrow A_D = 0,01767 \text{ m}^2 \\
 L &= 2000 \text{ m} \\
 \xi_{ul} &= 0,5 \\
 \xi_{kolj} &= 1,3 \\
 \varepsilon &= 0,2 \text{ mm} \\
 \nu &= 1,14 \cdot 10^{-6} \text{ m}^2/\text{s} \\
 \lambda_D &= 0,02 \\
 \eta &= 75\% \\
 \hline
 Q, P &=?
 \end{aligned}$$

Na slici su označeni karakteristični presjeci, stoga će se prvo postaviti Bernoullijeva jednačba za presjeke 0-0 i L-L i iz nje odrediti brzina strujanja u lijevom kraku cjevovoda.

$$\begin{aligned}
 z_0 + \frac{p_0}{\rho g} + \frac{v_0^2}{2g} &= z_L + \frac{p_L}{\rho g} + \frac{v_L^2}{2g} + \xi_{ul} + \Delta h_{irenja} \\
 60,0 - \frac{49,5 \times 10^3}{1000 \times 9,81} + 0 &= 5,0 + 0 + \frac{v_L^2}{2g} \left( 1,0 + 0,5 + 0,02 \frac{2000}{0,2} \right) \\
 49,95 &= \frac{v_L^2}{2g} \times 201,5 \Rightarrow v_L = 2,21 \text{ m/s}
 \end{aligned}$$

Primjenom jednačbe kontinuiteta odredimo protok u lijevom kraku cjevovoda koji prema zadatku mora biti isti i u desnom kraku cjevovoda. To će nam omogućiti izračunavanje brzine u desnom kraku cjevovoda ( $v_D$ ).

$$Q = A_L v_L = A_D v_D$$

$$Q = \frac{D^2 \pi}{4} 2,21 = 0,069 \text{ m}^3 / \text{s}$$

$$v_D = \frac{Q}{A_D} = \frac{0,069}{\frac{d^2 \pi}{4}} = 3,92 \text{ m/s}$$

Druga Bernoullijeva jednačba postavljena je za presjke 0-0 i D-D, što će nam omogućiti izračun manometarske visine crpke. Prije toga potrebno je odrediti Darcy-Weissbachov koeficijent trenja ( $\lambda$ ) desnog kraka cijevovoda, koji je već bio određen za lijevi krak cijevovoda.

$$\frac{\varepsilon}{d} = \frac{0,2}{150} = 0,0013$$

$$\text{Re} = \frac{v_D D}{\nu} = \frac{3,92 \times 0,15}{1,14 \times 10^{-5}} = 51666$$

Izračunata relativna hrapavost i Reynoldsov broj omogućavaju nam očitavanje koeficijenta otpora trenja iz Moodyjevog dijagrama. U ovom slučaju očitano je  $\lambda=0,024$ .

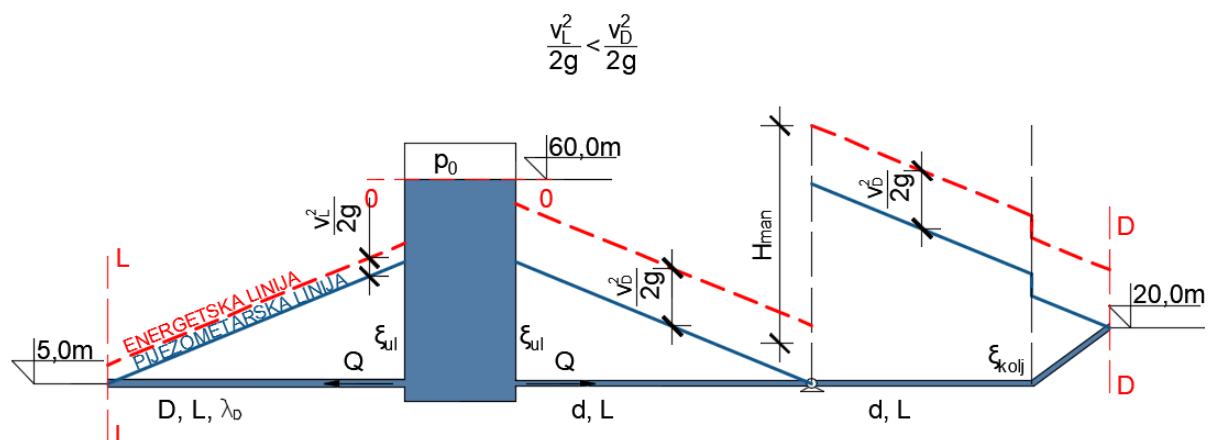
$$z_0 + \frac{p_0}{\rho g} + \frac{v_0^2}{2g} + H_{man} = z_D + \frac{p_D}{\rho g} + \frac{v_D^2}{2g} + \xi_{ul} + \xi_{kolj} + \Delta h_{trenja}$$

$$60,0 - \frac{49,5 \times 10^3}{1000 \times 9,81} + 0 + H_{man} = 20,0 + 0 + \frac{3,92^2}{2g} \left( 1,0 + 0,5 + 1,3 + 0,024 \frac{2 \times 2000}{0,15} \right)$$

$$34,95 + H_{man} = 503,44 \Rightarrow H_{man} = 468,49 \text{ m}$$

Snaga crpke ( $P$ ) određena je prema dolje navedenom izrazu i iskazana u kilovatima.

$$P = \frac{\rho g Q H_{man}}{\eta} = \frac{1000 \times 9,81 \times 0,069 \times 468,49}{0,75} = 416,7 \text{ kW}$$



### Zadatak 2.2.6.

Odredite protok vode kroz sustav prema slici uzimajući u obzir samo otpore površine. Pretpostavite laminarno strujanje. Zadano:  $d= 1,0 \text{ mm}$ ;  $\nu=1,06 \times 10^{-6} \text{ m}^2/\text{s}$ ;  $\varepsilon=0,001\text{mm}$ .

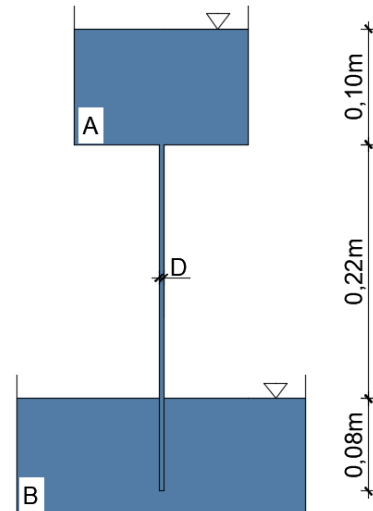
$$D=1\text{mm}=0,001\text{m}$$

$$\nu=1,06 \times 10^{-6} \text{ m}^2/\text{s}$$

$$\varepsilon=0,001\text{mm}$$

$$Q=?$$

Bernoullijeva jednačba postavlja se za presjke položene na razinama vode rezervoara A i B, a referentna ravnina na razini rezervoara B ( $z_B=0$ ).



Bernoullijeva jednačba postavlja se za presjke položene na razinama vode rezervoara A i B, a referentna ravnina na razini rezervoara B ( $z_B=0$ ).

$$z_b + \frac{p_A}{\rho g} + \frac{v_A^2}{2g} = z_B + \frac{p_B}{\rho g} + \frac{v_B^2}{2g} + \Delta h_{tr}$$

$$\Delta h_{tr} = \lambda \frac{L}{D} \frac{v^2}{2g}$$

$$\lambda = \frac{64}{\text{Re}} \text{ za laminarno strujanje}$$

$$\lambda = \frac{64\nu}{vD}$$

$$0,32 = \frac{64\nu}{vD} \frac{L}{D} \frac{v^2}{2g}$$

$$v = \frac{0,64 D^2 g}{64\nu L}$$

$$v = 0,31 \text{ m/s}$$

$$Q = Av = 0,24 \times 10^{-6} \text{ m}^3/\text{s}$$

Provjera Reynoldsovog broja:

$$\text{Re} = \frac{vD}{\nu} = \frac{0,31 \times 0,001}{1,06 \times 10^{-6}} = 292$$

**292 < 2320 → Laminarno strujanje**

### Zadatak 2.2.7.

Turbina proizvodi 5000kW električne energije. Odredite kotu razine vode u akumulacijskom jezeru. Lokalni se gubici zanemaruju. Zadano:  $D_1=1500\text{mm}$ ;  $D_2=1400\text{mm}$ ;  $Q=15\text{ m}^3/\text{s}$ ;  $\nu=1,06 \times 10^{-6}\text{m}^2/\text{s}$ ;  $\varepsilon=0,2\text{mm}$ . Nacrtajte energetska i pijezometarsku liniju.

$$P=5000\text{ kW}$$

$$D_1=1500\text{mm}; A_1=1,766\text{m}^2$$

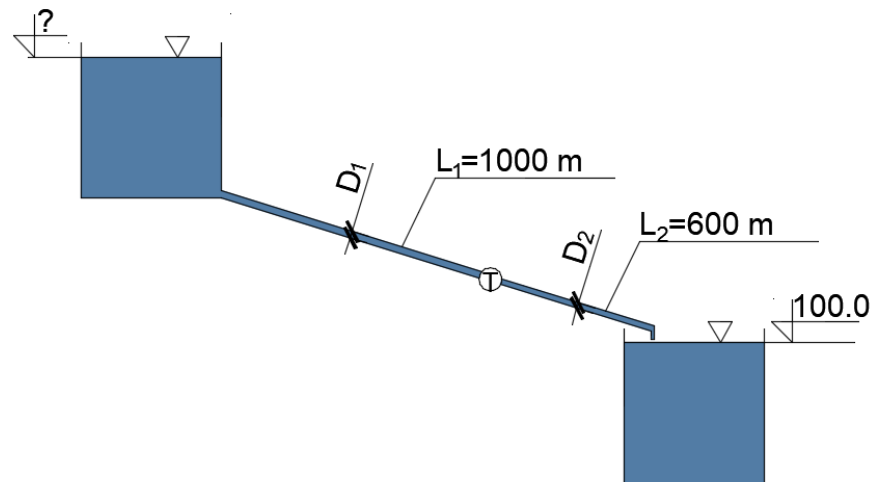
$$D_2=1400\text{mm}; A_2=1,539\text{m}^2$$

$$Q=15\text{ m}^3/\text{s}$$

$$\nu=1,06 \times 10^{-6}\text{m}^2/\text{s}$$

$$\varepsilon=0,2\text{mm}$$

$$H(z_1)=?$$



Bernoullijeva jednačba postavlja se za karakteristične presjke – na razinama vode u gornjem (1-1) i donjem jezeru (2-2).

$$z_1 + \frac{p_1}{\rho g} + \frac{v_1^2}{2g} - ht = z_2 + \frac{p_2}{\rho g} + \frac{v_2^2}{2g} + htr$$

$$v_1 = \frac{15,0}{1,766} = 8,49\text{ m/s}$$

$$v_2 = \frac{15,0}{1,539} = 9,75\text{ m/s}$$

$$\text{Re } 1 = \frac{vD}{\nu} = \frac{8,49 \times 1,5}{1,06 \times 10^{-6}} = 1,2 \times 10^7$$

$$\frac{\varepsilon}{D} = \frac{0,2}{1500} = 0,00013$$

$$\Rightarrow \lambda_1 = 0,0125$$

$$\text{Re } 2 = \frac{vD}{\nu} = \frac{9,75 \times 1,4}{1,06 \times 10^{-6}} = 1,28 \times 10^7$$

$$\frac{\varepsilon}{D} = \frac{0,2}{1400} = 0,00014$$

$$\Rightarrow \lambda_2 = 0,0125$$

Izraz za snagu turbine preko kojega se određuje potrebna visinska razlika za proizvodnju el.energije:

$$P = \frac{\rho g h_T Q}{\eta} \text{ (W)}$$

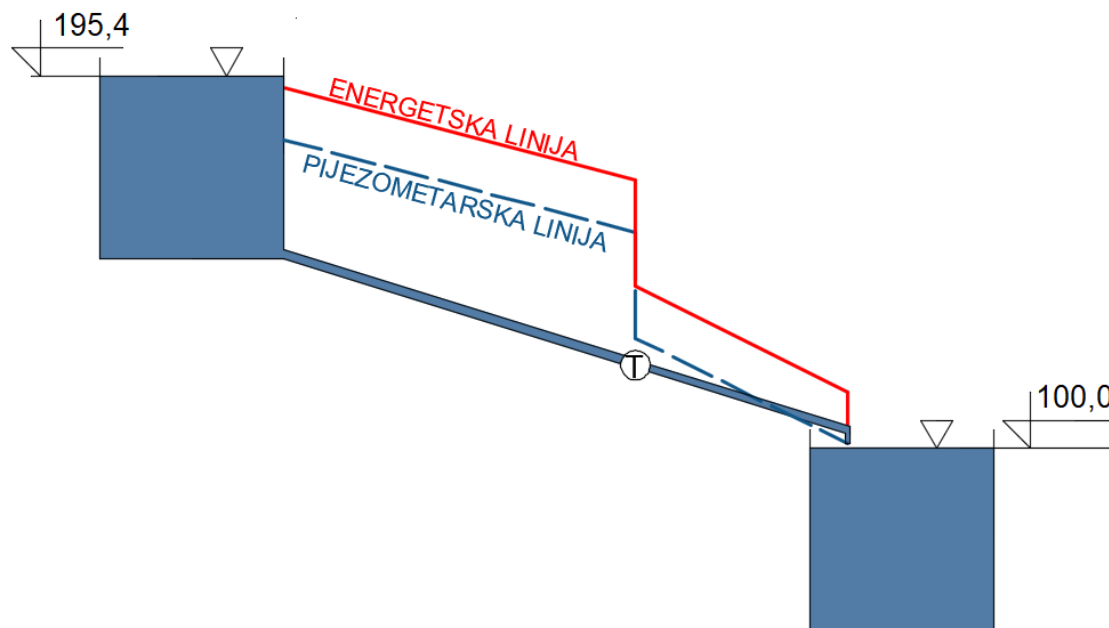
$$h_T = \frac{P}{\rho g Q} = \frac{5000 \times 10^3}{1000 \times 9,81 \times 15,0} = 33,98 \text{ m}$$

U ovom slučaju koeficijent iskoristivosti  $\eta=1,0$

$$z_1 - 33,98 = 100 + \frac{9,75^2}{2g} + 0,0125 \frac{1000}{1,5} \frac{8,49^2}{2g} + 0,0125 \frac{600}{1,4} \frac{9,75^2}{2g}$$

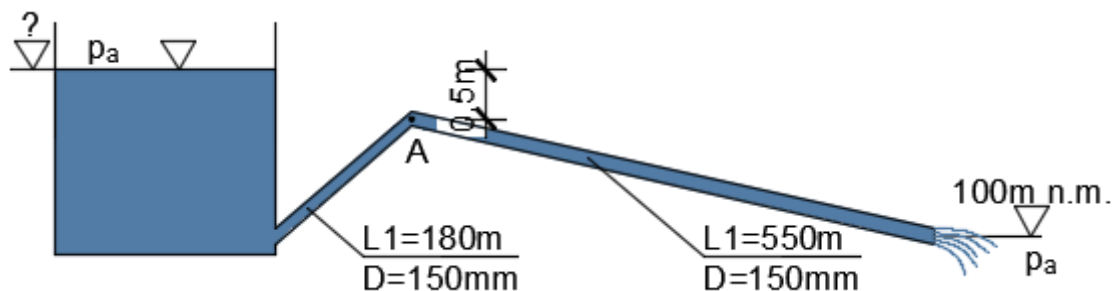
$$z_1 = 133,98 + 4,84 + 30,61 + 25,95$$

$$z_1 = H = 195,40 \text{ m}$$



### Zadatak 2.2.8.

Kroz zadani cjevovod promjera  $D=150 \text{ mm}$  protječe  $Q=0,014 \text{ m}^3/\text{s}$  vode. Odredite kotu razine vode u rezervoaru i tlak u točki A ako je zadano:  $\xi_{\text{ulaz}}=0,66$ ;  $\xi_{\text{kolj}}=0,8$ ;  $\varepsilon=0,5 \text{ mm}$ ;  $\nu=1,06 \cdot 10^{-6} \text{ m}^2/\text{s}$ . Nacrtajte energetska i pijeziometrijska linija.





$$D=150 \text{ mm} \Rightarrow A=0,01766 \text{ m}^2$$

$$Q=0,014 \text{ m}^3/\text{s}$$

$$\xi_{ulaz}=0,5$$

$$\xi_{kolj}=0,8$$

$$\varepsilon=0,5 \text{ mm}$$

$$\nu=1,06 \cdot 10^{-6} \text{ m}^2/\text{s}$$

$$p_A, h(z_1) = ?$$

$$v = \frac{Q}{A} = \frac{0,014}{0,01766} = 0,79 \text{ m/s}$$

$$\frac{\varepsilon}{D} = \frac{0,5}{150} = 0,0033$$

$$\text{Re} = \frac{vD}{\nu} = \frac{0,79 \times 0,15}{1,06 \times 10^{-6}} = 1,11 \times 10^5$$

$$\Rightarrow \lambda = 0,0275$$

Postavljanjem jednadžbe za presjke 1-1 i 2-2 može se odrediti razina vode u rezervoaru:

$$z_1 + \frac{p_1}{\rho g} + \frac{v_1^2}{2g} = z_2 + \frac{p_2}{\rho g} + \frac{v_2^2}{2g} + \Delta h_{ul} + \Delta h_{kolj} + \Delta h_{tr}$$

$$z_1 + 0 + 0 = 100 + 0 + \frac{0,79^2}{2g} \left( 1,0 + 0,5 + 0,8 + 0,0275 \frac{180 + 550}{0,15} \right)$$

$$z_1 = 104,33 \text{ m}$$

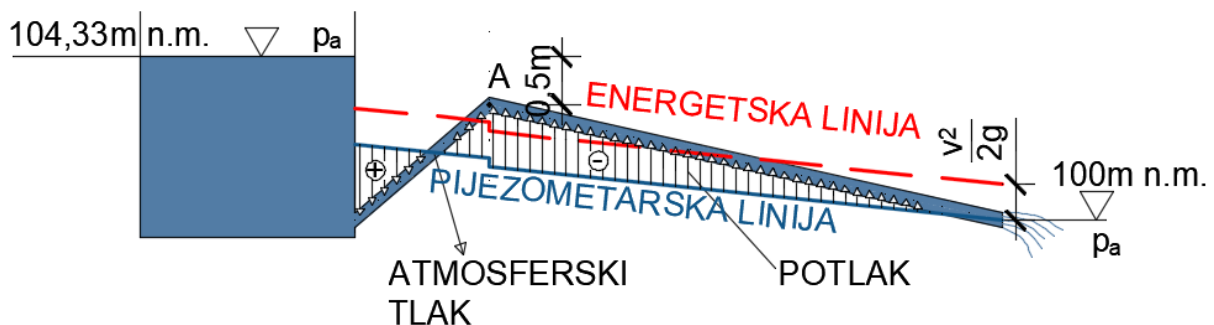
Postavljanjem jednadžbe za presjek u točki A i presjek 2-2 može se odrediti tlak u točki A.

$$z_A + \frac{p_A}{\rho g} + \frac{v_A^2}{2g} = z_2 + \frac{p_2}{\rho g} + \frac{v_2^2}{2g} + \Delta h_{kolj} + \Delta h_{tr}$$

$$(104,33 - 0,5) + \frac{p_A}{\rho g} + \frac{0,79^2}{2g} = 100 + 0 + \frac{0,79^2}{2g} \left( 1,0 + 0,8 + 0,0275 \frac{550}{0,15} \right)$$

$$\frac{p_A}{\rho g} = -103,83 - 0,0318 + 100 + 3,264$$

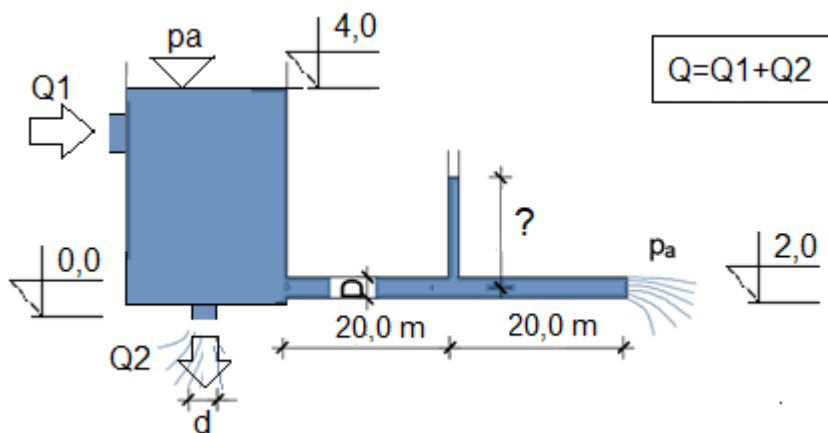
$$\frac{p_A}{\rho g} = -0,598 \text{ m} \Rightarrow p_A = -5867 \text{ Pa}$$



U ovom primjeru prikazan je slučaj kad se na većem dijelu cijevi javlja potlak, tlak manji od atmosferskog tlaka. Na slici se to vidi na pjezometarskoj liniji koja se nalazi ispod osi cijevi. U točkama presjecišta osi cijevi i pjezometarske linije javlja se atmosferski tlak, odnosno relativne vrijednosti  $p_a=0$ , jednako kao i pri istjecanju kapljevine u atmosferu.

### Zadatak 2.2.9.

Ukupni dotok  $Q$  dijeli se na isteke  $Q_1$  i  $Q_2$  koje treba odrediti ako je njihov odnos  $Q_1=2Q_2$ . Na polovici ukupne duljine cijevi postavljen je pjezometar za koji treba odrediti pjezometarsku visinu, kao i promjer otvora  $d$  u dnu posude. Zadano:  $\rho_v=1000 \text{ kg/m}^3$ ;  $D=150 \text{ mm}$ ;  $\lambda=0,025$ ;  $\mu=0,7$ ;  $\xi_{\text{ulaz}}=0,5$ .



$$\rho_v=1000 \text{ kg/m}^3$$

$$D=150 \text{ mm} \Rightarrow A=0,0176 \text{ m}^2$$

$$\lambda=0,025$$

$$\mu=0,7$$

$$\xi_{\text{ulaz}}=0,2$$

$$Q_1, Q_2, d=?$$

Na slici je vidljivo da je

$$Q=Q_1+Q_2 \quad i$$

$$Q_1=2Q_2$$

Prvo se određuje brzina strujanja  $v_2$  iz Bernoullijeve jednačbe postavljene za presjke 1-1 i 2-2, a potom iz jednačbe kontinuiteta protok u cijevi  $Q_2$ .

$$z_1 + \frac{p_1}{\rho g} + \frac{v_1^2}{2g} = z_2 + \frac{p_2}{\rho g} + \frac{v_2^2}{2g} + \Delta h_{ul} + \Delta h_{lr}$$

$$4,0 + 0 + 0 = 2,0 + 0 + \frac{v_2^2}{2g} \left( 1,0 + 0,2 + 0,3 + 0,025 \frac{40}{0,15} \right)$$

$$2,0 = \frac{v_2^2}{2g} \times 7,87$$

$$v_2 = 2,23 \text{ m/s}$$

$$Q_2 = A_2 v_2 = 0,0176 \times 2,23$$

$$Q_2 = 0,039 \text{ m}^3/\text{s}$$

$$Q_1 = 2Q_2 = 2 \times 0,039 = 0,078 \text{ m}^3/\text{s}$$

$$Q = Q_1 + Q_2 = 0,117 \text{ m}^3/\text{s}$$

Iz zadanog odnosa definiran je protok  $Q_1$ , kao i ukupni dotok u sustav ( $Q$ ).

Na dnu posude nalazi se otvor nepoznatog promjera  $d$  kroz koji istječe voda protokom  $Q_1 = 0,078 \text{ m}^3/\text{s}$ . Primjenom jednadžbe za određivanje protoka pri istjecanju kroz otvor odredit ćemo površinu presjeka otvora, a potom i njegov promjer. Koeficijent istjecanja  $\mu$  zadan je u zadatku.

$$Q = \mu A \sqrt{2gH}$$

$$A = \frac{Q_1}{\mu \sqrt{2gH}}$$

$$A = \frac{0,078}{0,7 \sqrt{2 \times 9,81 \times 4,0}} = 0,0127 \text{ m}^2$$

$$d = \sqrt{\frac{4A}{\pi}} = 0,127 \text{ m} = 127 \text{ mm}$$

Pijezometarsku visinu u pijezometru postavljenom na polovici cijevi određujemo iz Bernoullijeve jednadžbe postavljene za presjek P i 2-2.

$$z_p + \frac{p_p}{\rho g} + \frac{v_2^2}{2g} = z_2 + \frac{p_2}{\rho g} + \frac{v_2^2}{2g} (1 + \Delta h_{lr})$$

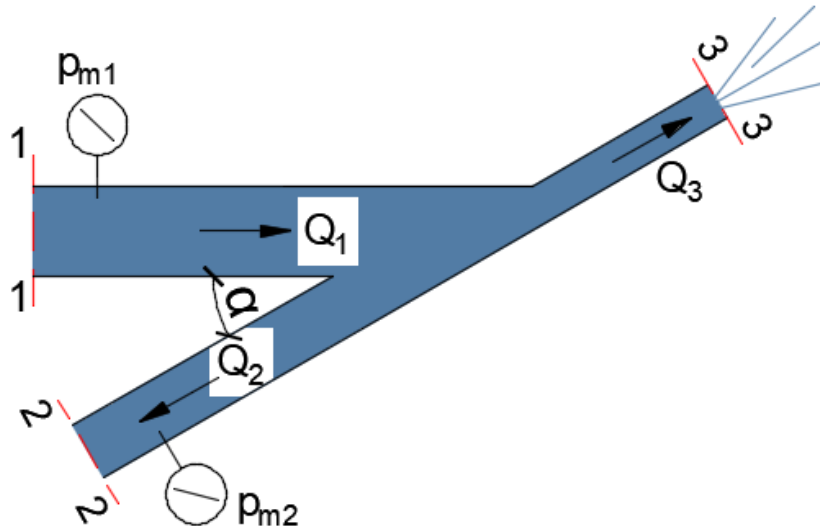
$$2,0 + \frac{p_p}{\rho g} + \frac{2,23^2}{2g} = 2,0 + 0 + \frac{2,23^2}{2g} \left( 1,0 + 0,025 \frac{20}{0,15} \right)$$

$$\frac{p_p}{\rho g} = 1,16 \text{ m}$$

Kota razine vode u pijezometru je 3,16 m.

### Zadatak 2.2.10.

Potrebno je odrediti ukupnu silu kojom voda djeluje na račvu cjevovoda pri strujanju idealne tekućine. Cjevovod je položen u horizontalnoj ravnini. Težina vode može se zanemariti. Zadano:  $\rho_v=1000 \text{ kg/m}^3$ ;  $D_1=150 \text{ mm}$ ;  $D_2= 100 \text{ mm}$ ;  $D_3=63 \text{ mm}$ ;  $Q_1=150 \text{ l/s}$ ;  $p_{m1}= 3,5 \text{ bara}$ ;  $\alpha=30^\circ$ .



$$\rho_v=1000 \text{ kg/m}^3$$

$$D_1=150 \text{ mm} \Rightarrow A_1=0,0177 \text{ m}^2$$

$$D_2= 100 \text{ mm} \Rightarrow A_2=0,00785 \text{ m}^2$$

$$D_3=63 \text{ mm} \Rightarrow A_3=0,00312 \text{ m}^2$$

$$p_{m1}= 3,5 \text{ bara}$$

$$\alpha=30^\circ$$

---

$$R=?$$

Jedini poznati protok je  $Q_1$ , a na slici je vidljivo da je

$$Q_1=Q_2+Q_3$$

Tada je brzina strujanja u cijevi broj 1

$$v_1 = \frac{Q_1}{A_1} = \frac{150 \times 10^{-3}}{0,0177} = 8,49 \text{ m/s}$$

Postavljamo dvije Bernoullijeve jednadžbe kako bismo odredili nepoznati protok  $Q_2$  i tlak u cijevi broj 2  $p_{m2}$ .

$$\frac{p_{m1}}{\rho g} + \frac{v_1^2}{2g} = \frac{p_{m3}}{\rho g} + \frac{v_3^2}{2g}$$

$v$

$$3,5 \times 10^5 + \frac{8,49^2}{2g} = 0 + \frac{v_3^2}{2g}$$

$$v_3 = 27,78 \text{ m/s}$$

$$Q_3 = A_3 v_3 = 0,00283 \times 27,78 = 0,0786 \text{ m}^3/\text{s}$$

**Sada je moguće odrediti protok i brzinu strujanja u cijevi 2.**

$$Q_2 = Q_1 - Q_3$$

$$0,150 - 0,0786 = 0,0714 \text{ m}^3/\text{s}$$

$$v_2 = \frac{Q_2}{A_2} = \frac{0,0714}{0,00785} = 9,04 \text{ m/s}$$

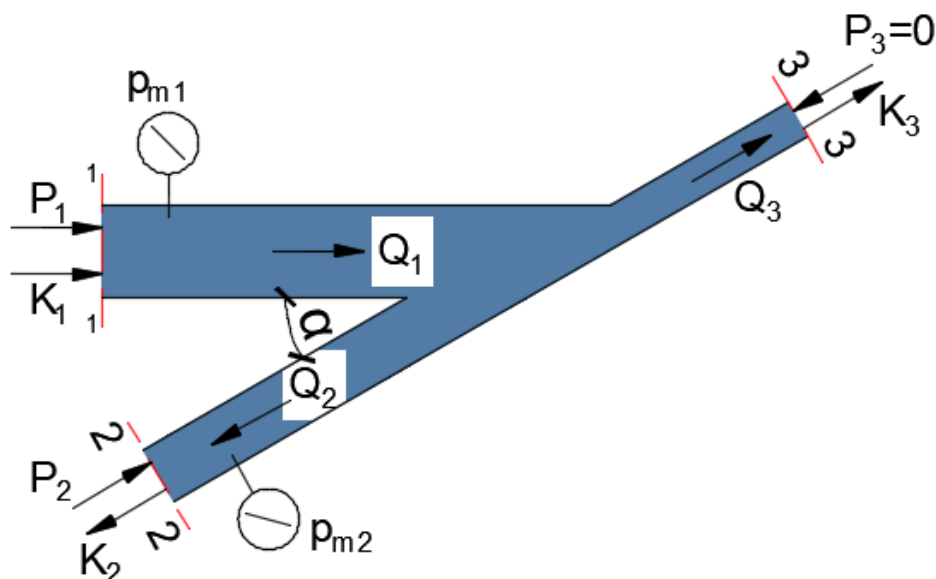
$$\frac{p_{m2}}{\rho g} + \frac{v_2^2}{2g} = \frac{p_{m3}}{\rho g} + \frac{v_3^2}{2g}$$

$v$

$$\frac{p_{m2}}{\rho g} + \frac{9,04^2}{2g} = 0 + \frac{27,78^2}{2g}$$

$$p_{m2} = 345 \text{ kPa}$$

Sile koje djeluju u ovom sustavu su sile hidrostatskog tlaka i inercijske sile, sila težine zanemaruje se, a zbog pretpostavke idealne tekućine i sile trenja izostaju. Također, zbog istjecanja u atmosferu ( $p_a=0$ ) iz cijevi broj 3, sila hidrostatskog tlaka jednaka je 0.



$$P_1 = p_{m1} A_1 = 3,5 \times 10^5 \times 0,0177 = 6,19 \text{ kN}$$

$$P_2 = p_{m2} A_2 = 345 \times 10^3 \times 0,00785 = 2,71 \text{ kN}$$

$$P_3 = 0$$

$$K_1 = \rho Q_1 v_1 = 1000 \times 0,15 \times 8,49 = 1,27 \text{ kN}$$

$$K_2 = \rho Q_2 v_2 = 1000 \times 0,0714 \times 9,04 = 0,64 \text{ kN}$$

$$K_3 = \rho Q_3 v_3 = 1000 \times 0,0786 \times 27,78 = 2,07 \text{ kN}$$

Rezultanta sila može se odrediti na grafoanalitički (poligonom sila) i analitički način.

$$\sum F_x = 0$$

$$P_1 + K_1 + P_2 \cos \alpha - K_2 \cos \alpha + K_3 \cos \alpha + R_x = 0$$

$$6,19 + 1,27 + 2,71 \cos 30^\circ - 0,64 \cos 30^\circ + 2,07 \cos 30^\circ + R_x = 0$$

$$R_x = -11,04 \text{ kN}$$

$$\sum F_y = 0$$

$$P_2 \sin 30^\circ - K_2 \sin \alpha + K_3 \sin \alpha + R_y = 0$$

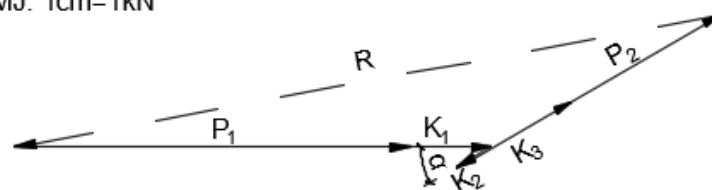
$$2,71 \sin 30^\circ - 0,64 \sin 30^\circ + 2,07 \sin 30^\circ + R_y = 0$$

$$R_y = -2,06 \text{ kN}$$

$$R = \sqrt{R_x^2 + R_y^2} = 11,23 \text{ kN}$$

### GRAFOANALITIČKI POSTUPAK

MJ. 1cm=1kN

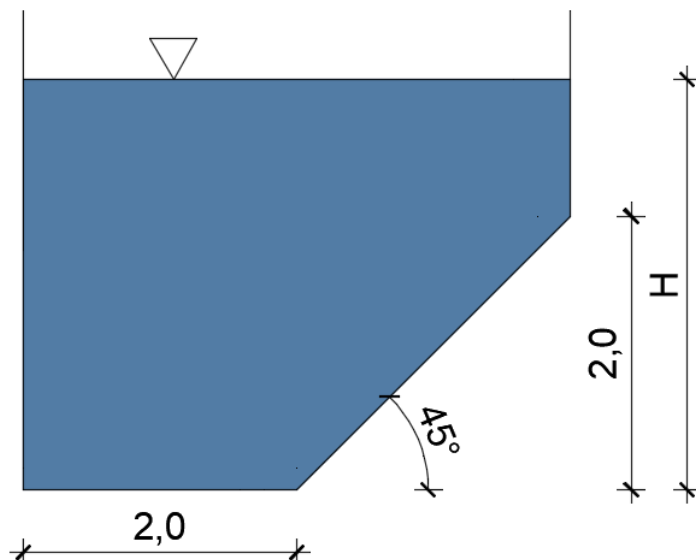


R=11,2 kN (očitano)

## 2.3. STRUJANJE OTVORENIM VODOTOCIMA, ISTJECANJE I PRELIJAVANJE

### Zadatak 2.3.1.

Odredite vrijednost normalne dubine za presjek na slici. Zadano:  $n=0,02$ ,  $Q=30 \text{ m}^3/\text{s}$ ,  $I=0,75\text{‰}$



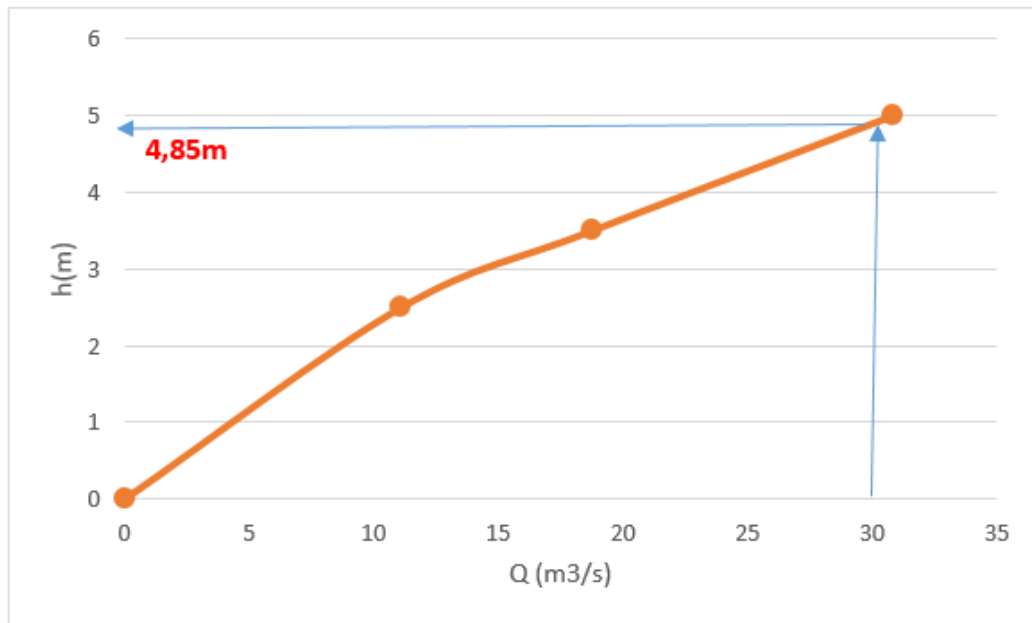
Normalnom dubinom nazivamo dubinu koja se javlja pri ustaljenom jednolikom strujanju otvorenim vodotocima. U to slučaju za njezino određivanje možemo koristiti Manningovu jednadžbu

$$Q = \frac{1}{n} AR^{2/3} I^{1/2} ,$$

gdje je  $n$ =Manningov koeficijent hrapavosti,  $A$ =površina protočnog presjeka,  $R$ =hidraulički radijus i  $I$ =uzdužni pad dna vodotoka/kanala. Vidljivo je da normalnu dubinu nije moguće eksplicitno odrediti primjenom navedene jednadžbe, već se ona može odrediti iteracijskim putem ili primjenom protočne krivulje (grafoanalitičkim putem). Za određivanje protočne krivulje potrebno je odabrati najmanje 3 dubine i za njih izračunati protok u zadanim uvjetima geometrije presjeka, hrapavosti i uzdužnog pada, što je prikazano u tablici:

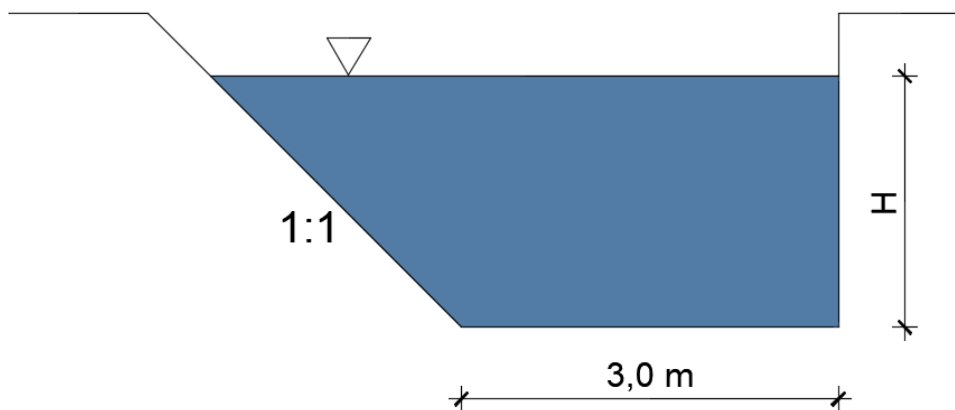
h(m)	A(m <sup>2</sup> )	O(m)	R(m)	n(-)	I (-)	Q(m <sup>3</sup> /s)
2,5	8,0	7,83	1,02			11,09
3,5	12,0	9,83	1,22	0,02	0,00075	18,73
5,0	18,0	12,83	1,4			30,83

Sada je moguće nacrtati protočnu krivulju i očitati normalnu dubinu,  $h_0=4,85\text{m}$ .



### Zadatak 2.3.2.

Za poprečni presjek kanala na slici odredite grafoanalitičkom postupkom kritičnu dubinu i minimalnu specifičnu energiju presjeka. Zadano:  $\alpha = 1,1$ ;  $Q = 15 \text{ m}^3/\text{s}$ .

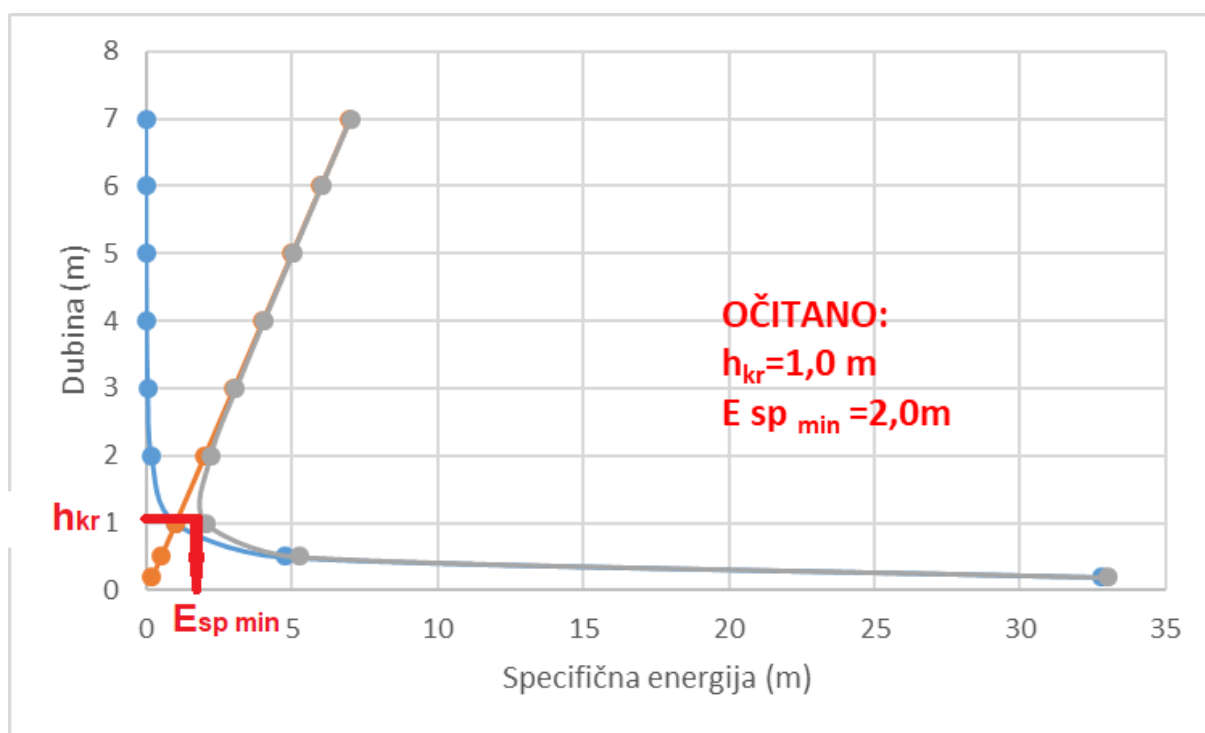


Minimalnu specifičnu energiju presjeka analitički je moguće odrediti samo kod pravokutnih ili kvadratnih poprečnih presjeka jer je Froudeov broj ovisan o širini vodnog lica, koja se kod svih ostalih oblika presjeka (prizmatičnih i neprizmatičnih) mijenja s dubinom, stoga u ovom slučaju problem rješavamo grafoanalitičkim putem. Odabiremo nekoliko različitih dubina i izračunavamo specifičnu energiju presjeka za svaku od tih dubina kako je vidljivo u tablici. Specifična energija presjeka ( $E_{sp}$ ) sastoji se od sume specifične potencijalne energije, koja je jednaka dubini ( $h$ ), i specifične kinetičke energije.



$h(m)$	$A(m^2)$	$v(m/s)$	$E_{sp.kin}=\alpha v^2/2g$	$E_{sp}=h+E_{sp.kin}$
0,2	0,62	24,19355	32,817	33,017
0,5	1,6	9,231	4,777	5,277
1,0	3,5	4,286	1,030	2,030
2,0	8,0	1,875	0,197	2,197
3,0	13,5	1,111	0,069	3,069
4,0	20,0	0,750	0,032	4,032
5,0	27,5	0,545	0,017	5,017
6,0	36,0	0,417	0,010	6,010
7,0	45,5	0,330	0,006	7,006

Sada je moguće nacrtati dijagram promjene specifične energije u ovisnosti o dubini uz pretpostavku konstantnog protoka  $Q=15\text{ m}^3/\text{s}$ . Očitana je minimalna specifična energija presjeka  $E_{sp.min}=2,0\text{ m}$  i ona se javlja pri kritičnoj dubini  $h_{kr}=1,0\text{ m}$ .



### Zadatak 2.3.3.

Kroz betonski kanal zadanog poprečnog presjeka voda protječe maksimalno dozvoljenom brzinom  $v = 1,3 \text{ m/s}$ . Coriolisov koeficijent ( $\alpha$ ) iznosi 1,0.

a) Odredite uzdužni pad kanala i provjerite režim strujanja.

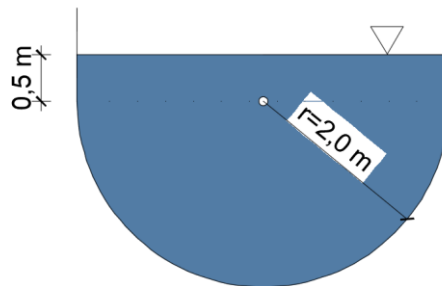
b) Kolika je specifična energija presjeka?

$$v = 1,3 \text{ m/s}$$

$$r = 2,0 \text{ m}$$

$$n = 0,013$$

$$I, E_{sp} = ?$$



a) Prema Manningovoj jednačini:

$$v = \frac{1}{n} R^{2/3} I^{1/2} \Rightarrow I = \left( \frac{vn}{R^{2/3}} \right)^2$$

$$R = \frac{A}{O}$$

$$A = \frac{r^2 \pi}{2} + 2xr \times 0,5 = \frac{2,0^2 \pi}{2} + 2 \times 2,0 \times 0,5 = 8,28 \text{ m}^2$$

$$O = \frac{2r\pi}{2} + 2 \times 0,5 = \frac{2 \times 2,0 \pi}{2} + 2 \times 0,5 = 7,28 \text{ m}$$

$$R = 1,14 \text{ m}$$

$$I = \left( \frac{vn}{R^{2/3}} \right)^2 = \left( \frac{1,3 \times 0,013}{1,14^{2/3}} \right)^2 = 0,00024 = 0,24 \%$$

ISPITIVANJE REŽIMA STRUJANJA PREMA FROUDEOVOM BROJU:

$Fr < 1 \rightarrow$  strujanje je mirno

$Fr = 1 \rightarrow$  strujanje je kritično

$Fr > 1 \rightarrow$  strujanje je silovito

- vrijedi:

$$Fr = \frac{\alpha \cdot Q^2 \cdot b}{g \cdot A^3} = \frac{1,0 \cdot 7,64^2 \cdot 9,14}{g \cdot (0,9 \cdot 9,14)^3} = 0,098$$

- slijedi:

$$Fr < 1 \rightarrow 0,098 < 1 \Rightarrow \text{strujanje je mirno}$$

b) Specifična energija presjeka suma je specifične potencijalne i specifične kinetičke energije:

$$E_{sp} = E_{sp,pot} + E_{sp,kin}$$

$$E_{sp} = h + \frac{\alpha v^2}{2g}$$

$$E_{sp} = (r + 0,5) + \frac{1,3^2}{2g} = 2,5 + 0,086 = 2,586 \text{ m}$$

U ukupnoj specifičnoj energiji dominantna je specifična potencijalna energija, što je karakteristika mirnog režima strujanja.

#### Zadatak 2.3.4.

Kanalom pravokutnog poprečnog presjeka širine 4,5 m protječe 5,4 m<sup>3</sup>/s. Druga spregnuta dubina, nizvodno od hidrauličkog skoka (h<sub>2</sub>), iznosi 1,28 m. Kolika je prva spregnuta dubina (h<sub>1</sub>)? Coriolisov koeficijent (α) iznosi 1,1.

$$Q=5,4 \text{ m}^3/\text{s}$$

$$b=4,5 \text{ m}$$

$$h_2= 1,28 \text{ m}$$

$$\alpha=1,1$$

---


$$h_1=?$$

Izrazi za 1. i 2. spregnutu dubinu za slučaj pravokutnog poprečnog presjeka:

$$h_1 = \frac{h_2}{2} \left( -1 + \sqrt{1 + 8Fr_2} \right)$$

$$h_2 = \frac{h_1}{2} \left( -1 + \sqrt{1 + 8Fr_1} \right)$$

Froudeov broj poprečnog presjeka moguće je odrediti analitički, pri čemu je b=širina vodnog lica:

$$Fr_2 = \frac{\alpha Q^2 b}{g A_2^3} = \frac{1,1 \times 5,4^2 \times 4,5}{9,81 (4,5 \times 1,28)^3} = 0,077$$

Slijedi da je 1. spregnuta dubina:

$$h_1 = \frac{h_2}{2} \left( -1 + \sqrt{1 + 8Fr_2} \right) = \frac{1,28}{2} \left( -1 + \sqrt{1 + 8 \times 0,077} \right) = 0,17 \text{ m}$$

### Zadatak 2.3.5.

Preko trokutnog (Thomsonovog) oštrobridnog preljeva ( $\theta=90^\circ$ ) protječe voda visine 0,25 m. U 65 sekundi zahvaćeno je 2,8 m<sup>3</sup> vode. Odredite koeficijent prelijevanja m.

$$H=0,25$$

$$t=65 \text{ s}$$

$$V=2,8 \text{ m}^3$$

---

$$m=?$$

Za Thomsonov preljev vrijedi:

$$Q = m \cdot H^{5/2} \Rightarrow m = \frac{Q}{H^{5/2}}$$

Protok pri prelijevanju može se odrediti kao odnos zahvaćenog volumena i proteklog vremena:

$$Q = \frac{V}{t} = \frac{2,8}{65} = 0,043 \text{ m}^3 / \text{s}$$

Slijedi da je koeficijent prelijevanja:

$$m = \frac{Q}{H^{5/2}} = \frac{0,043}{0,25^{5/2}} = 1,376$$

### Zadatak 2.3.6.

Izračunajte kritičnu dubinu te padove dna za zadani kanal pravokutnog poprečnog presjeka.

$$b = 3,0 \text{ m}$$

$$Q = 4,5 \text{ m}^3 / \text{s}$$

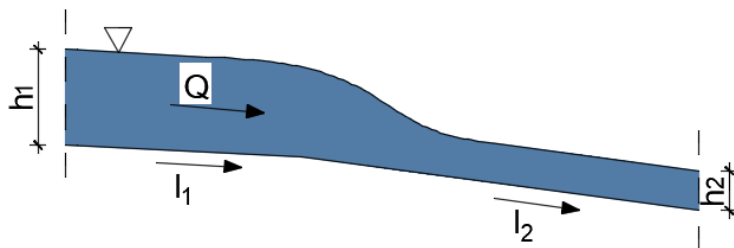
$$n = 0,014$$

$$h_1 = 1,2 \text{ m}$$

$$h_2 = 0,5 \text{ m}$$

---

$$h_{kr}, I_1, I_2 = ?$$



Kritičnu dubinu za kanal pravokutnog poprečnog presjeka moguće je odrediti analitički kako slijedi:

$$h_{kr} = \sqrt[3]{\frac{\alpha \cdot \left(\frac{Q}{b}\right)^2}{g}} = \sqrt[3]{\frac{1,0 \cdot \left(\frac{4,5}{3,0}\right)^2}{g}} = 0,61 m$$

Prema Manningovoj jednadžbi i geometrijskim karakteristikama poprečnih presjeka:

$$Q = \frac{1}{n} \cdot A \cdot R^{2/3} \cdot I^{1/2} \Rightarrow \begin{cases} I_1 = \left(\frac{Q \cdot n}{A_1 \cdot R_1^{2/3}}\right)^2 \\ I_2 = \left(\frac{Q \cdot n}{A_2 \cdot R_2^{2/3}}\right)^2 \end{cases}$$

$$A_1 = h_1 \cdot b = 1,2 \cdot 3,0 = 3,6 m^2$$

$$A_2 = h_2 \cdot b = 0,5 \cdot 3,0 = 1,5 m^2$$

$$O_1 = 2 \cdot h_1 + b = 2 \cdot 1,2 + 3,0 = 5,4 m$$

$$O_2 = 2 \cdot h_2 + b = 2 \cdot 0,5 + 3,0 = 4,0 m$$

$$R_1 = \frac{A_1}{O_1} = \frac{3,6}{5,4} = 0,67 m$$

$$R_2 = \frac{A_2}{O_2} = \frac{1,5}{4,0} = 0,375 m$$

slijedi:

$$I_1 = \left(\frac{Q \cdot n}{A_1 \cdot R_1^{2/3}}\right)^2 = \left(\frac{4,5 \cdot 0,014}{3,6 \cdot 0,67^{2/3}}\right)^2 = 0,00052 = 0,52 \text{‰}$$

$$I_2 = \left(\frac{Q \cdot n}{A_2 \cdot R_2^{2/3}}\right)^2 = \left(\frac{4,5 \cdot 0,014}{1,5 \cdot 0,375^{2/3}}\right)^2 = 0,0065 = 6,5 \text{‰}$$

### Zadatak 2.3.7.

Odredite protok kroz kanal promjenjivog pravokutnog poprečnog presjeka prema slici.

$$h_1 = 2,0 \text{ m}$$

$$b_1 = 4,5 \text{ m}$$

$$h_2 = 1,4 \text{ m}$$

$$b_2 = 3,0 \text{ m}$$

$$Q = ?$$

- vrijedi:

$$Q = \text{const.} \Rightarrow Q_1 = Q_2$$

- prema jednadžbi kontinuiteta:

$$Q_1 = Q_2 \Rightarrow A_1 \cdot v_1 = A_2 \cdot v_2$$

$$A_1 = h_1 \cdot b_1 = 2,0 \cdot 4,5 = 9,0 \text{ m}^2$$

$$A_2 = h_2 \cdot b_2 = 1,4 \cdot 3,0 = 4,2 \text{ m}^2$$

$$\Rightarrow 9,0 \cdot v_1 = 4,2 \cdot v_2$$

$$\Rightarrow v_1 = 0,467 \cdot v_2$$

Zatim postavljamo Bernoullijevu jednadžbu za presjeke 1-1 i 2-2:

$$z_1 + \frac{p_1}{\rho \cdot g} + \frac{v_1^2}{2 \cdot g} = z_2 + \frac{p_2}{\rho \cdot g} + \frac{v_2^2}{2 \cdot g}$$

$$h_1 + \frac{p_1}{\rho \cdot g} + \frac{(0,467 \cdot v_2)^2}{2 \cdot g} = h_2 + \frac{p_2}{\rho \cdot g} + \frac{v_2^2}{2 \cdot g}$$

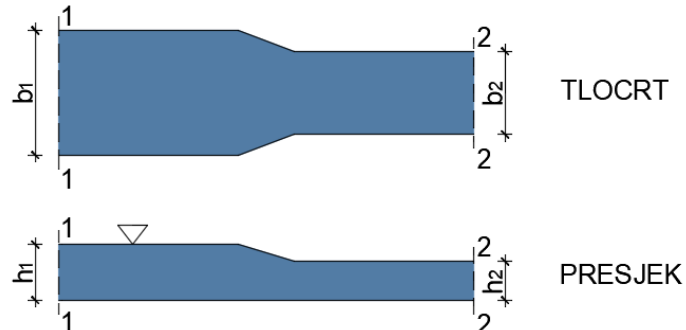
$$2 + 0 + 0,22 \cdot \frac{v_2^2}{2 \cdot g} = 1,4 + 0 + \frac{v_2^2}{2 \cdot g}$$

$$0,78 \cdot \frac{v_2^2}{2 \cdot g} = 0,6$$

$$\Rightarrow v_2 = 3,88 \text{ m/s} \Rightarrow v_1 = 0,467 \cdot v_2 = 0,467 \cdot 3,88 = 1,81 \text{ m/s}$$

- slijedi:

$$Q = A_2 \cdot v_2 = 4,2 \cdot 3,88 = 16,3 \text{ m}^3 / \text{s}$$



### Zadatak 2.3.8.

Ulje gustoće  $850 \text{ kg/m}^3$  istječe iz posude kroz kružni otvor promjera  $30 \text{ cm}$ . Koeficijent istjecanja iznosi  $0,90$ . U posudi vlada tlak od  $0,15 \text{ bara}$ , a visina vode u rezervoaru u odnosu na os otvora iznosi  $2,0 \text{ m}$ . Radi li se o istjecanju kroz mali ili veliki otvor? Odredite protok pri istjecanju.

$$\rho = 850 \text{ kg/m}^3$$

$$D = 30 \text{ cm} = 0,3 \text{ m}$$

$$\mu = 0,90$$

$$p = 0,15 \text{ bara} = 15000 \text{ Pa}$$

$$H = 2,0 \text{ m}$$

---

$$Q = ?$$

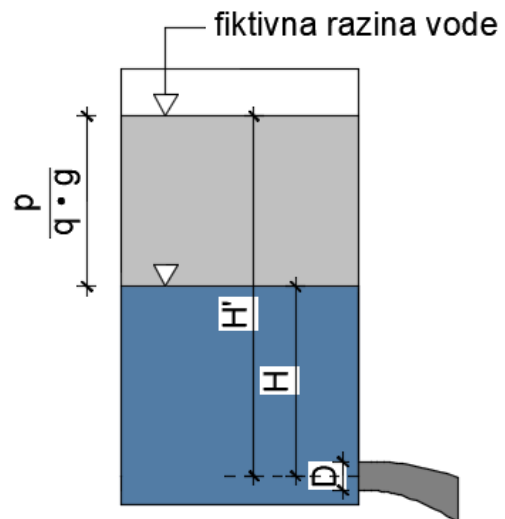
$$H' = H + \frac{p}{\rho \cdot g} = 2,0 + \frac{15000}{850 \cdot 9,81} = 3,80 \text{ m}$$

- provjera radi li se o istjecanju kroz mali ili veliki otvor

$$0,1 \cdot H' = 0,1 \cdot 3,80 = 0,38$$

$$D < 0,1 \cdot H'$$

$$0,3 < 0,38 \Rightarrow \text{ISTJECANJE KROZ MALI OTVOR.}$$

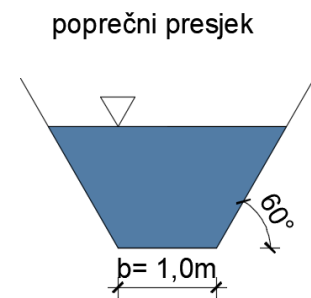
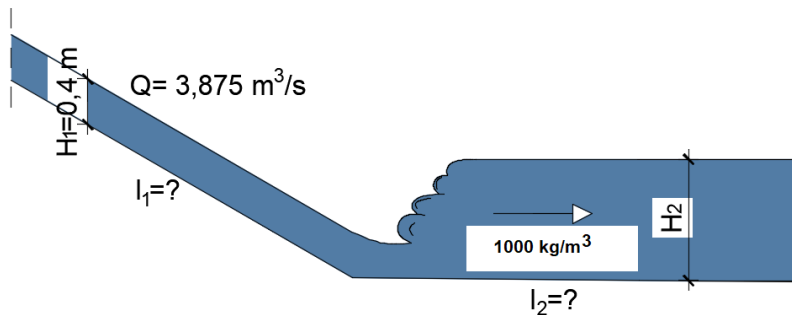


Protok pri istjecanju kroz male otvore računa se kao:

$$Q = \mu \cdot A \cdot \sqrt{2 \cdot g \cdot H'} = 0,9 \cdot \frac{0,3^2 \cdot \pi}{4} \cdot \sqrt{2 \cdot g \cdot 3,80} = 0,55 \text{ m}^3 / \text{s}$$

### Zadatak 2.3.9.

Kroz kanal trapeznog poprečnog presjeka ustaljeno teče voda. Na mjestu promjene kanala javlja se vodni skok. Prva spregnuta dubina je  $H_1$ . Odredite drugu spregnutu dubinu, gubitak energije u vodnom skoku i uzdužne padove kanala. Zadano:  $Q = 3,875 \text{ m}^3/\text{s}$ ,  $H_1 = 0,4 \text{ m}$ ,  $\alpha = 1,1$ ,  $n = 0,014$ .



$$n=0,014$$

$$Q=3,875 \text{ m}^3/\text{s}$$

$$H_1=0,4 \text{ m} \Rightarrow A_1=0,492 \text{ m}^2 \Rightarrow O_1=1,922 \text{ m} \Rightarrow 0,256 \text{ m}$$

$$\alpha=1,1$$


---


$$H_2, l_1, l_2, \Delta H=$$

$$Fr_1 = \frac{\alpha Q^2 B}{g A^3}$$

pri tome je  $B=$  širina vodnog lica

$$B = b + 2 \frac{H_1}{\text{tg } 60^\circ} = 1,0 + 2 \frac{0,4}{\text{tg } 60^\circ} = 1,461 \text{ m}$$

$$Fr_1 = \frac{\alpha Q^2 B}{g A^3} = \frac{1,1 \times 3,875^2 \times 1,461}{9,81 \times 0,492^3} = 20,65$$

$$h_2 = \frac{h_1}{2} \left( -1 + \sqrt{1 + 8 Fr_1} \right)$$

$$h_2 = \frac{0,4}{2} \left( -1 + \sqrt{1 + 8 \times 20,65} \right) = 2,57 \text{ m}$$

$$H_2=2,57 \text{ m} \Rightarrow A_2=6,37 \text{ m}^2 \Rightarrow O_2=6,92 \text{ m} \Rightarrow R_1=0,92 \text{ m}$$

$$v_1 = \frac{Q}{A_1}, v_2 = \frac{Q}{A_2}$$

$$v_1 = 7,876 \text{ m/s}$$

$$v_2 = 0,608 \text{ m/s}$$

$$I_1 = \frac{v_1^2 n^2}{R_1^{4/3}} = \frac{7,876^2 \times 0,014^2}{0,256^{4/3}} = 7,5\%$$

$$I_2 = \frac{v_2^2 n^2}{R_2^{4/3}} = \frac{0,608^2 \times 0,014^2}{0,92^{4/3}} = 0,008\%$$

Gubitak energije u vodnom skoku izračunava se iz razlike suma potencijalne i kinetičke energije prije i nakon vodnog skoka.

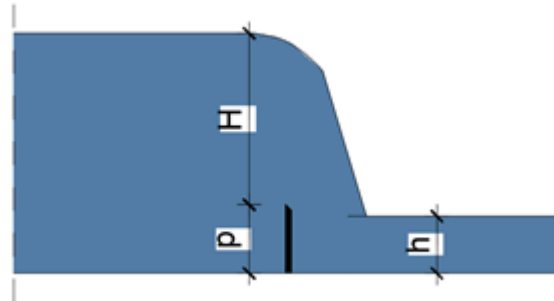
$$\Delta E = \left( H_1 + \frac{\alpha v_1^2}{2g} \right) - \left( H_2 + \frac{\alpha v_2^2}{2g} \right) = \left( 0,4 + \frac{1,1 \times 7,876^2}{2g} \right) - \left( 2,57 + \frac{1,1 \times 0,608^2}{2 \times 9,81} \right) = 1,286 \text{ m}$$



### Zadatak 2.3.10.

Odredite koeficijent  $m_0$  i protok pri prelijevanju preko oštrobridnog preljeva bez bočnog suženja te dolaznu brzinu  $v_0$ . Odredite i dokažite tip prelijevanja. Zadano:  $b=2,0$  m;  $H=1,5$  m;  $p=0,6$  m;  $h=0,5$  m.

$$\begin{array}{l} b=2,0 \text{ m} \\ H=1,5 \text{ m} \\ p=0,6 \text{ m} \\ h=0,5 \text{ m} \\ \hline m_0, v_0, Q=? \end{array}$$



Kod prelijevanja preko oštrobridnog preljeva bez bočnog suženja primjenjuje se Bazainova jednačnja u slučaju nepotopljenog prelijevanja:

$$Q = m_0 b \sqrt{2g} H^{3/2}$$

Provjera potopljenosti prelijevanja zasniva se na 2 izraza. Preljev je potopljen ako je dubina donje vode veća od visine preljevnog praga ( $h > p$ ) ili ako je

$$h > p \text{ ili}$$

$$\frac{z}{p} < 0,7 \text{ gdje je } z = H - h$$

U ovom je slučaju prelijevanje nepotopljeno jer nijedan od kriterija potopljenosti nije zadovoljen.

$$0,5 < 0,6$$

$$\frac{1,5 - 0,5}{0,6} > 0,7$$

Za Bazainov preljev koeficijent prelijevanja izračunava se primjenom izraza:

$$m_0 = \left( 0,405 + \frac{0,003}{1,5} \right) \left[ 1 + 0,55 \left( \frac{H}{H + p} \right)^2 \right]$$

Za  $H=1,5$  m i  $p=0,6$  m koeficijent prelijevanja  $m_0$  bit će jednak 0,461, a protok preko preljeva je

$$Q = 0,461 \times 2,0 \sqrt{2 \times 9,81} \times 1,5^{3/2} = 7,49 \text{ m}^3 / \text{s}$$

Dolaznu brzinu odredit ćemo iz jednačnje kontinuiteta:

$$\frac{Q}{A_0} = \frac{7,49}{2 \times (1,5 + 0,6)} = 1,78 \text{ m/s}$$

### Zadatak 2.3.11.

Odredite najpovoljnije dimenzije kanala pravokutnog poprečnog presjeka ako je zadano:  $Q = 1,0 \text{ m}^3/\text{s}$ ,  $l = 0,065$ ,  $n = 0,011$ .

$$Q = 1,0 \text{ m}^3/\text{s}$$

$$l = 0,065$$

$$n = 0,011$$

---


$$b, h = ?$$

Optimalne dimenzije kanala pravokutnog poprečnog presjeka bit će one kod kojih je hidraulički radijus (R) maksimalan, a tada omočeni obod (O) mora biti minimalan. To znači da minimum funkcije omočenog oboda po dubini mora biti jednak nuli.

$$A = bh$$

$$O = 2h + b = \frac{A}{h} + 2h$$

$$\frac{dO}{dh} = \frac{\frac{dA}{dh}h - A}{h^2} + 2 = 0$$

$$\frac{A}{h^2} = 2 \rightarrow A - 2h^2 = bh$$

$$b = 2h$$

Sada je moguće odrediti najpovoljnije dimenzije kanala pravokutnog poprečnog presjeka u zadanim uvjetima hrapavosti i uzdužnog pada.

$$R = \frac{A}{O} = \frac{bh}{2h + b} = \frac{2h^2}{2h + 2h} = \frac{2h^2}{4h} = \frac{h}{2}$$

$$Q = \frac{1}{n} AR^{2/3} I^{1/2} = \frac{1}{n} 2h^2 \left(\frac{h}{2}\right)^{2/3} I^{1/2}$$

$$1,0 = \frac{1}{0,011} 2h^2 \frac{h^{2/3}}{2^{2/3}} 0,065^{1/2}$$

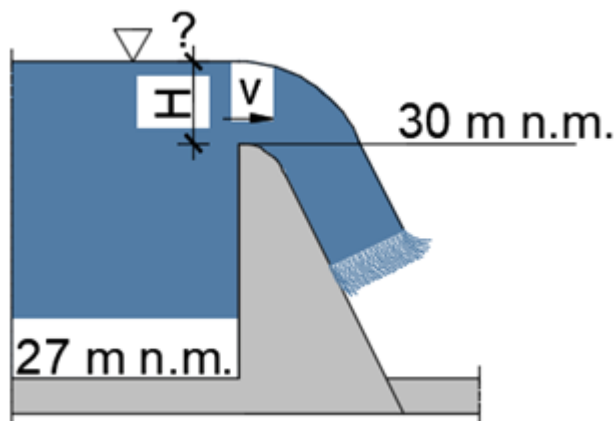
$$h = 1,41 \text{ m}$$

$$b = 2,82 \text{ m}$$

### Zadatak 2.3.12.

Preko Creagerovog preljeva pravokutnog presjeka bez bočnog suženja protječe  $Q=10,0 \text{ m}^3/\text{s}$ . Potrebno je odrediti kotu vodostaja neposredno prije preljeva, brzinu strujanja na samom preljevu ( $v$ ), kao i Froudeov broj, odnosno režim strujanja. Zadano:  $B=5,0 \text{ m}$ ;  $m_o=0,437$

$$\begin{aligned} Q &= 10,0 \text{ m}^3/\text{s} \\ B &= 5,0 \text{ m} \\ m_o &= 0,437 \\ \hline h, v, Fr &= ? \end{aligned}$$



Jednadžba za određivanje protoka pri nepotopljenom preljevanju glasi:

$$Q = m_o b \sqrt{2g} H^{3/2}$$
$$H = \sqrt[3]{\left(\frac{Q}{m_o b \sqrt{2g}}\right)^2} = \sqrt[3]{\left(\frac{10,0}{0,437 \times 5,0 \times \sqrt{2 \times 9,81}}\right)^2} = 1,05 \text{ m}$$

Kota vodostaja neposredno prije preljeva je  $h=30+1,05=31,05 \text{ m n.m.}$

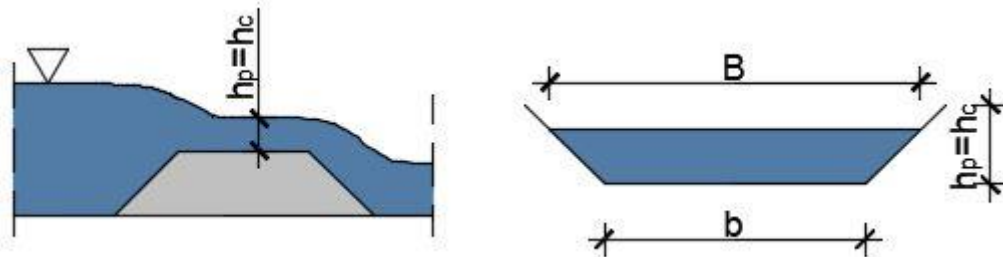
Brzina na preljevu „ $v$ “ u trenutku početka preljevanja (prije početka formiranja linije depresije se izračunava iz jednadžbe kontinuiteta:

$$v = \frac{Q}{HB} = \frac{10}{1,05 \times 5,0} = 1,9 \text{ m/s}$$

$$Fr = \frac{\alpha Q^2 B}{g A^3} = \frac{1,1 \times 10 \times 5,0}{9,81 \times (1,05 \times 5,0)^3} = 0,387 \Rightarrow \text{STRUJANJE JE MIRNO}$$

### Zadatak 2.3.13.

Odredite protok i specifičnu energiju presjeka iznad širokog praga ako se strujanje odvija u kanalu trapeznog poprečnog presjeka širine dna  $b=2,0$  m i nagiba pokosa 1:1. Zadano :  $h_p=0,5$  m;  $\alpha=1,1$



$$b=2,0 \text{ m}$$

$$h_p=0,5 \text{ m}$$

$$\alpha=1,1$$

---

$$Q, E_{sp}=?$$

Površina trapeznog poprečnog presjeka je

$$A = bxh + 2 \frac{0,5^2}{2} = 2,0 \times 0,5 + 0,25 = 1,25 \text{ m}^2$$

Iz uvjeta da se na širokom pragu kod nepotopljenog prelijevanja javlja kritično strujanje ( $Fr=1,0$ ), protok se može izračunati iz sljedeće jednačbe:

$$Fr = 1,0 = \frac{\alpha Q^2 B}{g A^3} \Rightarrow Q^2 = \frac{A^3 g}{\alpha B}$$

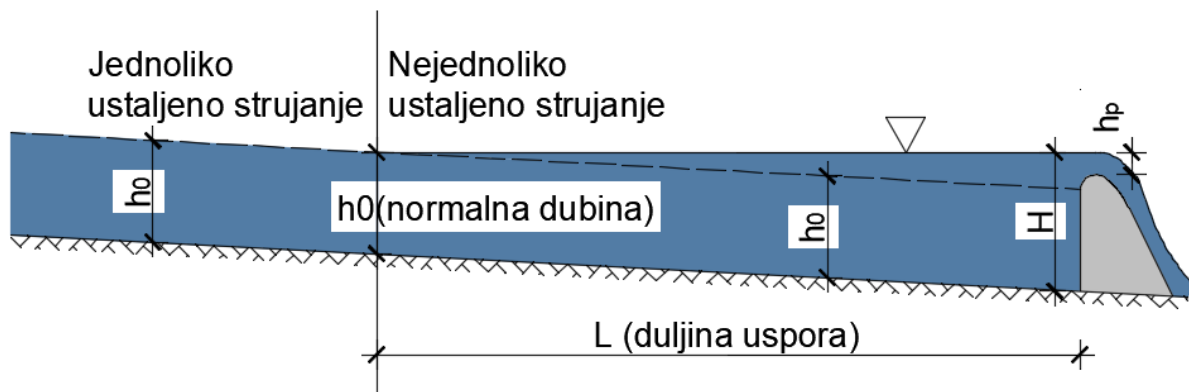
$$Q^2 = \frac{1,25^3 \times 9,81}{1,1 \times 3,0} = 6,38$$

$$Q = 2,53 \text{ m}^3 / \text{s}$$

$$E_{sp} = E_{sp.pot} + E_{sp.kin} = h + \frac{\left(\frac{Q}{A}\right)^2}{2g} = 0,5 + \frac{2,02^2}{2 \times 9,81} = 0,708 \text{ m}$$

### Zadatak 2.3.14.

Kanalom pravokutnog poprečnog presjeka širine 5,5 m protječe 28,5 m<sup>3</sup>/s vode. Kanal ima uzdužni pad dna 0,00086 i obložen je betonskom oblogom čiji je Manningov koeficijent hrapavosti n=0,013. Strujanje u kanalu jednoliko je i ustaljeno sve dok izgradnjom pregrade ne prijeđe u ustaljeno i nejednoliko strujanje s pojavom uspora uzvodno od pregrade. Potrebno je odrediti normalnu dubinu ( $h_0$ ), kritičnu dubinu ( $h_{kr}$ ), režim strujanja uzvodno od pregrade i duljinu usporne linije (prema slici).



$$Q = \frac{q}{B} = \frac{28,5}{5,5} = 5,18 \text{ m}^3 / \text{s} / \text{m}$$

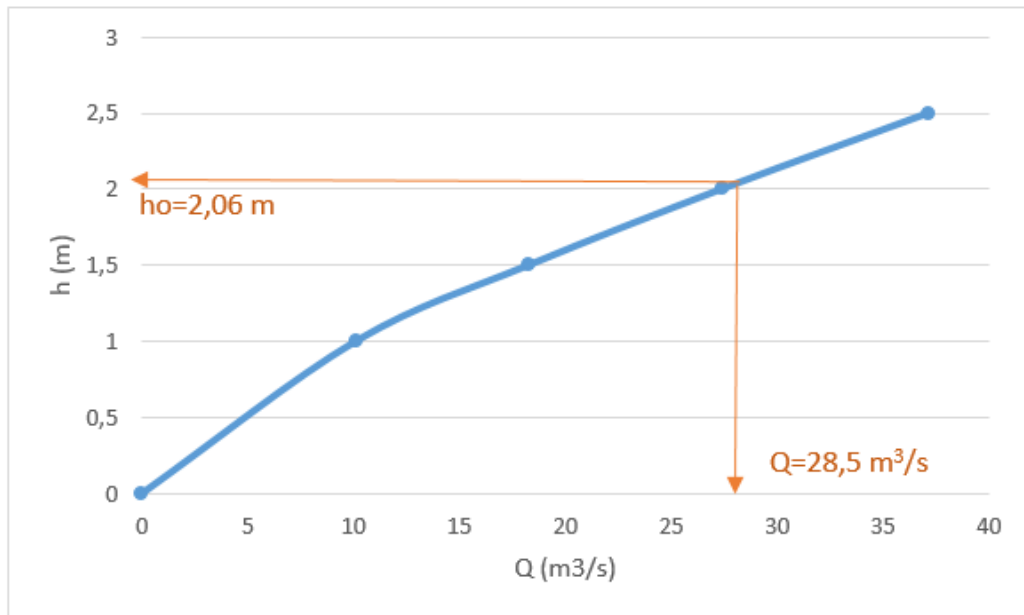
$$h_{KR} = \sqrt[3]{\frac{q^2}{g}} = \sqrt[3]{\frac{5,18^2}{9,81}} = 1,4 \text{ m} \quad \text{KRITIČNA DUBINA}$$

Normalnu dubinu pri jednolikom ustaljenom strujanju odredili smo pomoću protočne krivulje dobivene od nekoliko odabranih dubina (Tablica a)).

Tablica a). Određivanje normalne dubine

h (m)	b (m)	A (m <sup>2</sup> )	O (m)	R (m)	I (-)	Q (m <sup>3</sup> /s)
1,0	5,5	5,5	7,5	0,733	0,00086	10,09
1,5		8,25	8,5	0,971		18,25
2,0		11	9,5	1,158		27,36
2,5		13,75	10,5	1,310		37,12

S krivulje je očitana vrijednost normalne dubine pri jednolikom ustaljenom strujanju kanalom zadanih dimenzija i odabranog protoka i iznosi  **$h_0=2,06 \text{ m}$** .



Strujanje je **mirno** jer je  $h_{kr} < h_0$ .

Neposredno prije pregrade izmjerena dubina vode je 3,0 m (Slika), što znači da je visina uspora jednaka

$$3,0 - 2,06 = 0,94 \text{ m}$$

i potrebno je odrediti duljinu toka na kojoj se ta promjena dogodila u zadanim uvjetima.

Proračun će se provesti na način da se ukupna promjena dubine podijeli na 10 jednakih poddionica i unutar svake je promjena 0,094 m. Proračun je prikazan u tablici. Ukupna dužina uspora je 571,5 m.

Tablica b) Proračun duljine usporne linije

h (m)	b (m)	A (m <sup>2</sup> )	v (m/s)	v <sup>2</sup> /2g (m)	v <sub>sr</sub> (m/s)	v <sub>sr</sub> <sup>2</sup> /2g	O (m)	R (m)	R <sub>sr</sub> (m)	I (-)	L (m)	
3,0	5,5	16,500	1,727	0,152			11,500	1,435				
						1,755	0,157			1,424	0,000325	-70,9
2,906		15,983	1,783	0,162				11,312	1,413			
						1,813	0,168			1,402	0,000354	-69,1
2,811		15,461	1,843	0,173				11,122	1,390			
						1,876	0,179			1,378	0,000388	-66,3
2,716		14,938	1,908	0,186				10,932	1,366			
						1,942	0,192			1,354	0,000426	-63,2
2,621		14,416	1,977	0,199				10,742	1,342			
						2,014	0,207			1,329	0,000469	-60,0
2,526		13,893	2,051	0,214				10,552	1,317			
						2,091	0,223			1,303	0,000519	-56,5
2,431		13,371	2,132	0,232				10,362	1,290			
						2,175	0,241			1,277	0,000577	-52,7
2,336		12,848	2,218	0,251				10,172	1,263			
						2,265	0,262			1,249	0,000645	-48,7
2,241		12,326	2,312	0,273				9,982	1,235			
					2,363	0,285			1,220	0,000724	-44,4	
2,146	11,803	2,415	0,297				9,792	1,205				
					2,471	0,311			1,190	0,000818	-39,8	
2,051	11,281	2,526	0,325				9,602	1,175				
											<b>-571,5</b>	

**Napomena:** Negativan predznak u tablici označava smjer pojave uspora koji je suprotan smjeru strujanja.

### Zadatak 2.3.15.

Preko pregrade iz prethodnog zadatka prelijeva se voda protokom od  $Q=9,0 \text{ m}^3/\text{s}$ . Preljevanje je nepotopljeno, a koeficijent preljevanja  $m_o=0,42$ . Potrebno je odrediti visinu preljevnog mlaza. Strujanje preko brzotoka također je ustaljeno i nejednoliko, ali ovaj put ono je ubrzano i duž brzotoka dubina se smanjuje, odnosno, javlja se krivulja depresije. Potrebno je odrediti dubinu vode na dnu brzotoka, što je ujedno i prva spregnuta dubina. Nadalje je potrebno odrediti drugu spregnutu dubinu te visinu i dužinu vodnog skoka prema slici. Coriolisov koeficijent  $\alpha=1,1$ .

$$Q = m_o x b \sqrt{2g} h_p^{3/2}$$

Odnosno,

$$h_p = \sqrt[3]{\left(\frac{Q}{m_o b \sqrt{2g}}\right)^2}$$

$$h_p = \sqrt[3]{\left(\frac{9,0}{0,42 x 5,5 b \sqrt{2g}}\right)^2} = 0,92 \text{ m}$$

Visina preljevnog mlaza ( $h_p$ ) je 0,92 m. Dubina vode neposredno prije pregrade izmjerena je  $H=3,0$  m (prethodni zadatak), što znači da je visina pregrade 2,08 m, a dužina brzotoka 2,6 m (nagib je 75%).

Tablica a) Određivanje dubine vode na krajnjoj točki brzotoka

h (m)	b (m)	A (m <sup>2</sup> )	v (m/s)	v <sup>2</sup> /2g (m)	v <sub>sr</sub> (m/s)	v <sub>sr</sub> <sup>2</sup> /2g	O (m)	R (m)	R <sub>sr</sub> (m)	I (-)	L (m)
0,92	5,5	5,060	1,779	0,161			7,340	0,689			
					4,608	1,082			0,447	0,010504	2,5753
0,22		1,210	7,438	2,820			5,940	0,204			

Sličnim postupkom kao u prethodnom zadatku određena je dubina vode pri dnu brzotoka i iznosi 0,22 m, što je ujedno i prva spregnuta dubina ( $h_1$ ).

Drugu spregnutu dubinu izračunat ćemo pomoću izraza:

$$h_2 = \frac{h_1}{2} \left( -1 + \sqrt{1 + 8 \left( \frac{h_{kr}}{h_1} \right)^2} \right)$$

Za provjeru režima strujanja potrebno je izračunati kritičnu dubinu:

$$h_{kr} = \sqrt[3]{\frac{q^2}{g}} = \sqrt[3]{\frac{1,64^2}{9,81}} = 0,65 \text{ m}$$

Očito je da je strujanje na brzotoku silovito jer je  $h_1 < h_{kr}$ . To potvrđuje i Froudeov broj:

$$Fr_1 = \frac{\alpha q^2}{gh_1^3} = \frac{1,1 \times 1,64^2}{9,81 \times 0,22^3} = 28,2$$

Sada je moguće odrediti drugu spregnutu dubinu:

$$h_2 = \frac{0,22}{2} \left( -1 + \sqrt{1 + 8 \times \left( \frac{0,65}{0,22} \right)^2} \right) = 0,82 \text{ m}$$

i zadovoljen je kriterij da je

$$h_1 < h_{kr} < h_2 \text{ jer je } 0,22 < 0,65 < 0,82 \text{ (m)}$$

Visina hidrauličkog skoka ( $a_s$ ) određuje se izrazom:

$$a_s = h_2 - h_1$$

$$a_s = 0,86 - 0,22 = 0,44 \text{ m}$$



Dužina vodnog skoka ( $L_s$ ) može se izračunati primjenom izraza Smetane:

$$L_s = 6 (h_2 - h_1) = 6 (0,82 - 0,22) = 3,6 \text{ m}$$

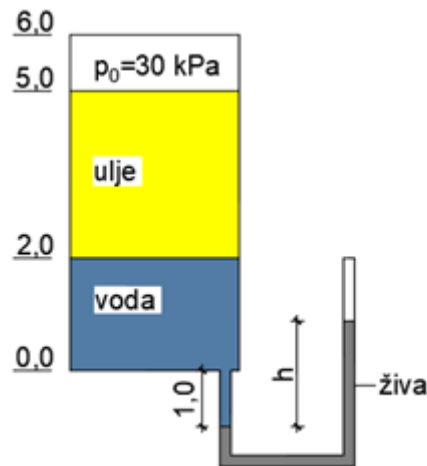
Dužina vodnog skoka može se izračunati i primjenom izraza Silvestera:

$$L_s = 9,75 h_1 (\sqrt{Fr} - 1)^{1,01}$$

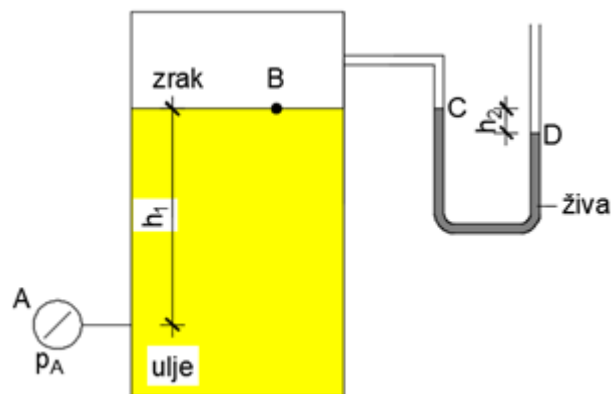
### 3. ZADACI ZA SAMOSTALNI RAD

#### 3.1 HIDROSTATIKA

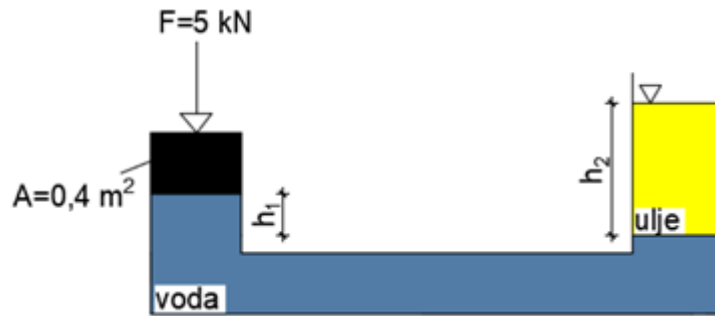
1. Odredite visinu žive u manometru ( $h$ ) za zadane uvjete ako je  $\rho_v=1000 \text{ kg/m}^3$ ;  $\rho_{ulje}=820 \text{ kg/m}^3$ ,  $\rho_{živa}=1350 \text{ kg/m}^3$ .



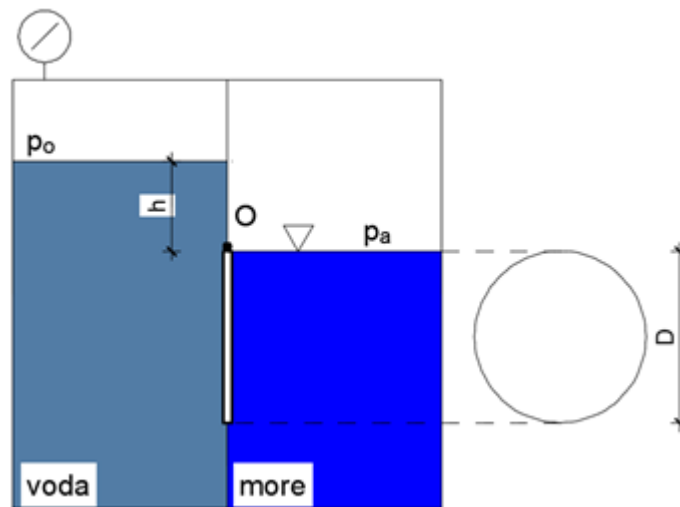
2. Odredite manometarski tlak u točki A ( $p_A$ ) za zadane uvjete:  $h_1=45\text{cm}$ ;  $h_2=5\text{cm}$ ,  $\rho_{ulje}=780 \text{ kg/m}^3$ ;  $\rho_{živa}=1354 \text{ kg/m}^3$ . Nacrtajte raspodjelu tlakova na vertikalnu stijenkü posude.



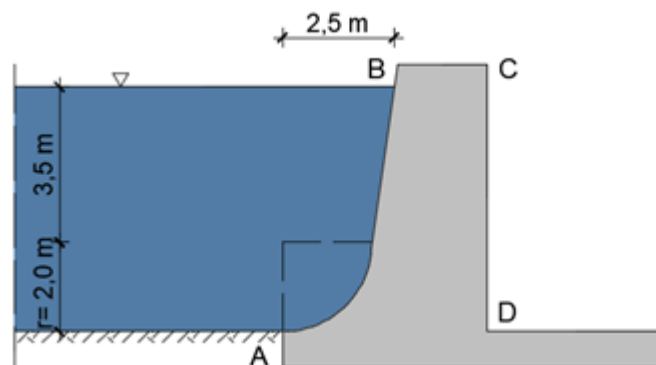
3. Odredite gustoću ulja u posudi ako su zadane visine  $h_1=0,7 \text{ m}$  i  $h_2=2,2 \text{ m}$ , a gustoća vode iznosi  $1000 \text{ kg/m}^3$ .



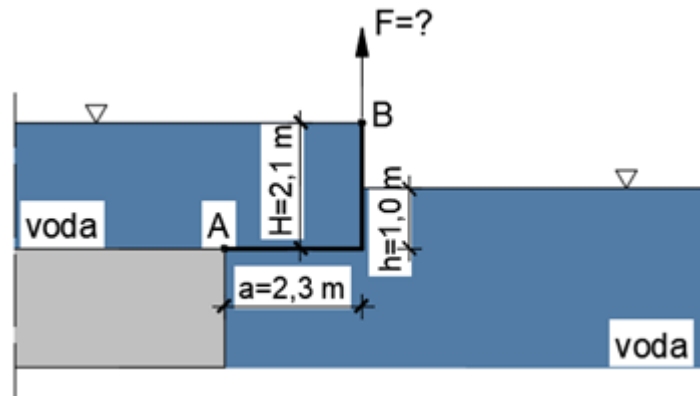
4. Kolika mora biti razina vode u lijevoj komori ( $h_1$ ), u kojoj veličina potlaka iznosi  $p_o = -0,2$  bara, da bi se zatvarač kružnog oblika ( $D=2,0$  m), okretljiv oko točke O, počeo otvarati? U desnoj komori nalazi se morska voda,  $\rho_{\text{more}}=1020$  kg/m<sup>3</sup>.



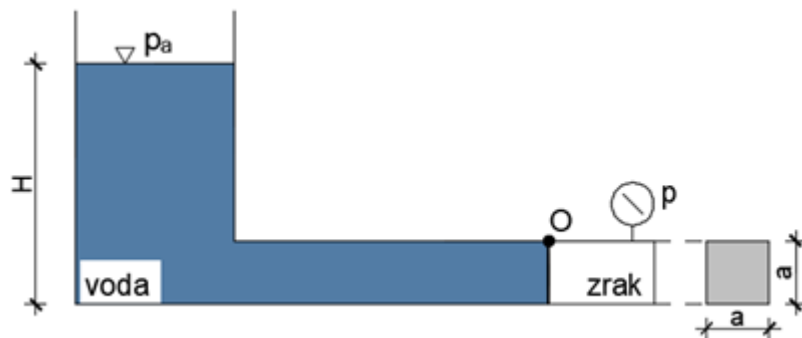
5. Odredite veličinu, položaj i smjer rezultantne sile hidrostatskog tlaka na betonsku branu. Zadatak riješite po m' brane.



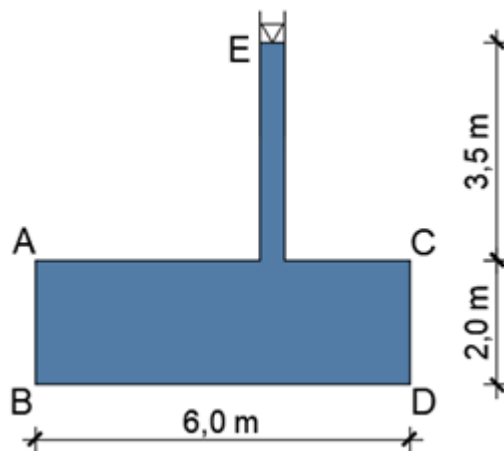
6. Odredite veličinu sile  $F$  kojom treba pridržavati konstrukciju AB jedinične širine da bi u položaju prema slici bila u ravnoteži. Konstrukcija je okretljiva oko točke A. Težinu konstrukcije zanemarite.



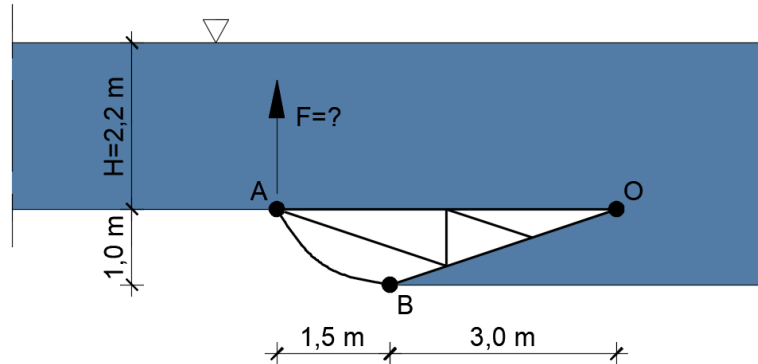
7. U sustavu prema slici odredite potrebnu visinu vode  $H$  pri kojoj će se zatvarač okretljiv oko točke O u cijevi kvadratnog poprečnog presjeka početi otvarati. Zadano:  $a = 1,2$  m;  $p = 120$  kPa;  $\rho_v = 1000$  kg/m<sup>3</sup>.



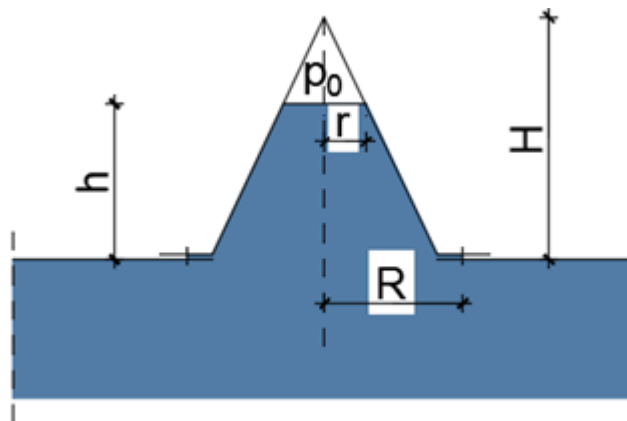
8. Odredite veličinu, položaj i smjer sile hidrostatskog tlaka na stijenku rezervoara AB čija je širina  $b = 2,5$  m te veličinu sile koja djeluje na dno rezervoara BD.



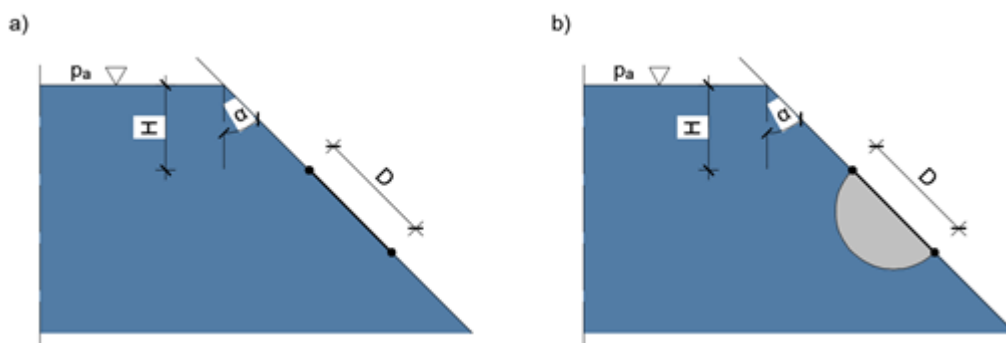
9. Odredite veličinu sile  $F$  koja je potrebna za podizanje segmentne ustave širine  $b=4,0$  m okretljive oko točke  $O$ .



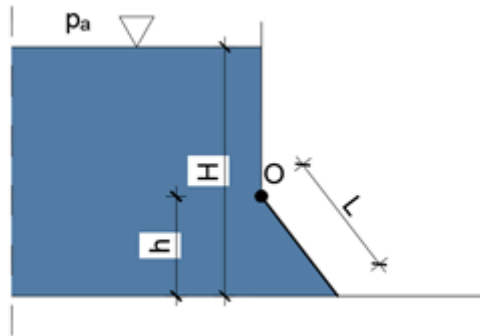
10. Odredite silu  $F$  u vijcima kojima je pričvršćen poklopac oblika stošca, mase  $474$  kg, prema slici. Unutar poklopca vlada konstantni pretlak  $p_0$ . Zadano je:  $H=1,4$  m;  $h=0,9$  m;  $R=0,8$  m;  $r=0,28$  m;  $p_0=2800$  Pa;  $\rho=998$  kg/m<sup>3</sup>.



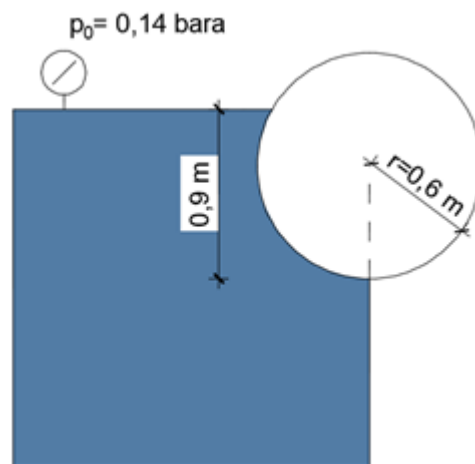
11. Odredite silu hidrostatskog tlaka na ravni i polucilindrični poklopac prema slici. Na koji poklopac djeluje veća sila? Zadatak riješiti po jediničnoj duljini ( $m'$  poklopca). Zadano:  $H=2,2$  m;  $D=3,0$  m;  $\alpha=45^\circ$ .



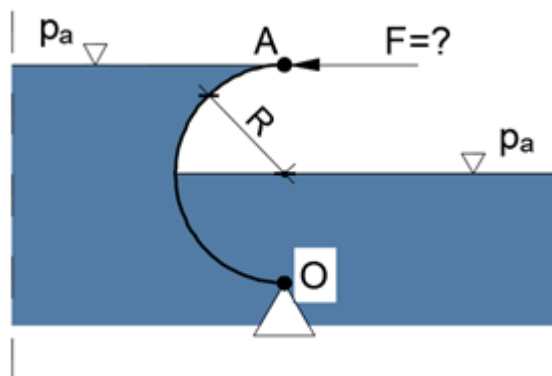
12. Odredite minimalnu težinu  $G$  poklopca širine 1,0 m, jednolike gustoće, pokretljivog oko točke  $O$ , da bi ostao zatvoren kao na slici. Zadano:  $H=2,5$  m;  $h=0,5$  m;  $L=0,6$  m;  $\rho=1000$  kg/m<sup>3</sup>.



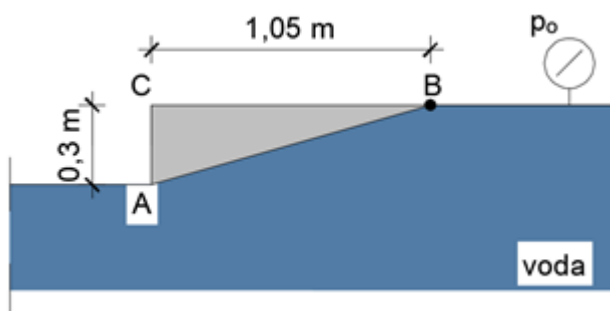
13. U rezervoaru se nalazi voda pod tlakom od  $p_0=0,14$  bara. Kolika je sila hidrostatskog tlaka koja djeluje na valjak zanemarive težine? Dužina valjaka i rezervoara iznosi 1,2 m. ( $\rho=1000$  kg/m<sup>3</sup>). Odredite položaj te sile.



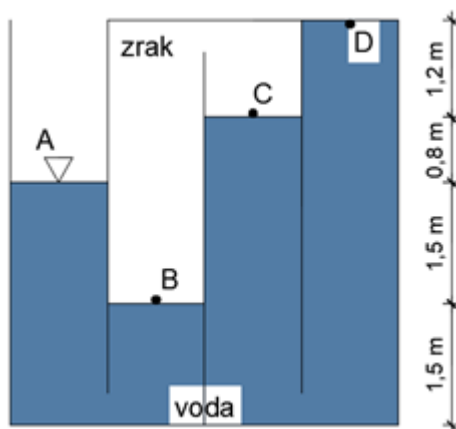
14. Odredite horizontalnu silu  $F$  za držanje polukružne brane  $AO$ , jedinične širine, okretljive oko točke  $O$ , u položaju prema slici. Zadano:  $R = 0,8 \text{ m}$ ;  $\rho = 1000 \text{ kg/m}^3$ .



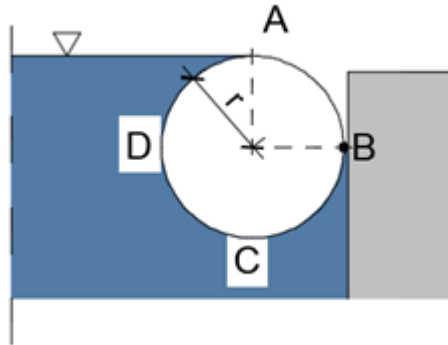
15. Koliki mora biti pretlak ( $p_0$ ) koji će otvoriti poklopac trokutastog oblika. Načinjen je od homogenog materijala i okretljiv oko točke  $B$ . Dužina poklopca iznosi  $b = 2,0 \text{ m}$ , a njegova je masa  $m = 500 \text{ kg}$ .



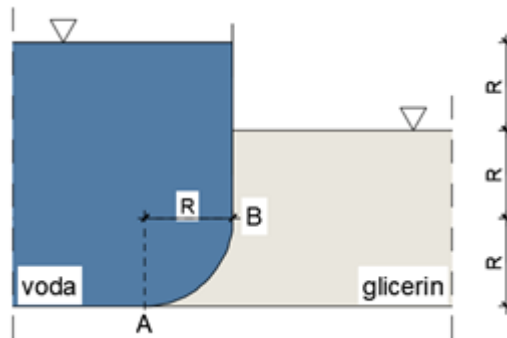
16. Na slici je posuda s 4 međusobno povezane komore. Odredite tlakove u odjeljcima  $A, B, C$  i  $D$  i tlak koji djeluje na dno posude ( $\rho = 1000 \text{ kg/m}^3$ ).



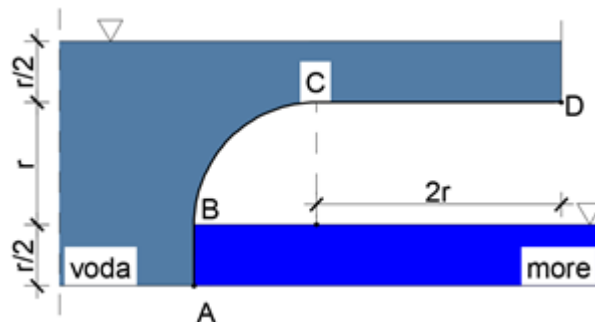
17. Odredite veličinu, položaj i smjer sile hidrostatskog tlaka koja djeluje na valjak radijusa  $r=0,6$  m i dužine  $b=4,0$  m ( $\rho_v=1000$  kg/m<sup>3</sup>).



18. Odredite veličinu sile hidrostatskog tlaka na zakrivljeni dio zida A-B. Definirajte i njezin položaj. Zadano:  $R=1,2$  m;  $b=5,0$  m;  $\rho_v=1000$  kg/m<sup>3</sup>;  $\rho_{glic}=1258$  kg/m<sup>3</sup>.



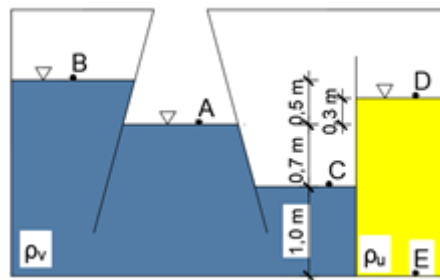
19. Odredite veličinu, položaj i smjer sile hidrostatskog tlaka na konturu zida ABCD prema slici,  $r=3,0$  m. S lijeve strane nalazi se voda ( $\rho_v=1000$  kg/m<sup>3</sup>), a s desne strane morska voda ( $\rho_m=1025$  kg/m<sup>3</sup>). Problem riješite po m' dužnom zida.



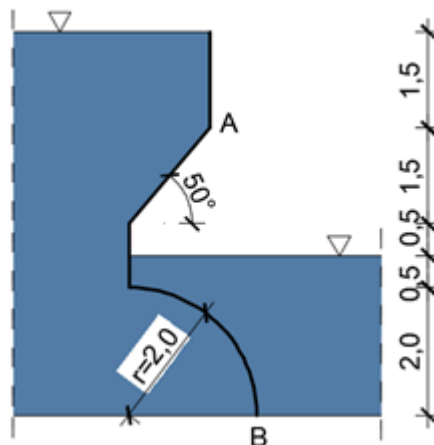
20. Ako tlak u hidrauličkoj preši naraste s 137,9 kPa na 117210,9 kPa, odredite u postotcima koliko se smanjio jedinični volumen vode ako je modul elastičnosti  $E=25216586,4$  kPa.



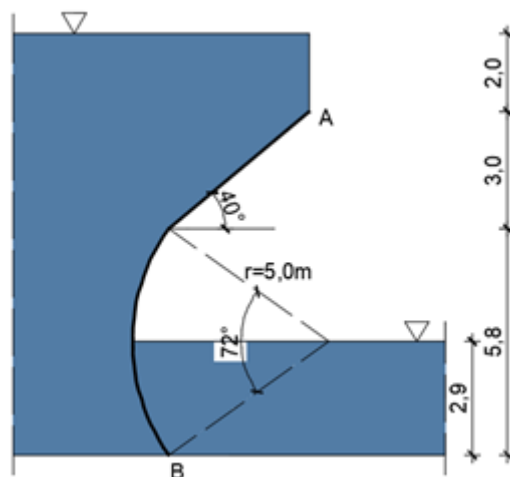
21. Posuda poprečnog presjeka kao na slici ispunjena je nestlačivom kapljevinom, i to vodom gustoće  $\rho_v=1000 \text{ kg/m}^3$  i uljem gustoće  $\rho_u=900 \text{ kg/m}^3$ . Potrebno je odrediti tlakove u točkama A,B,C,D,E.



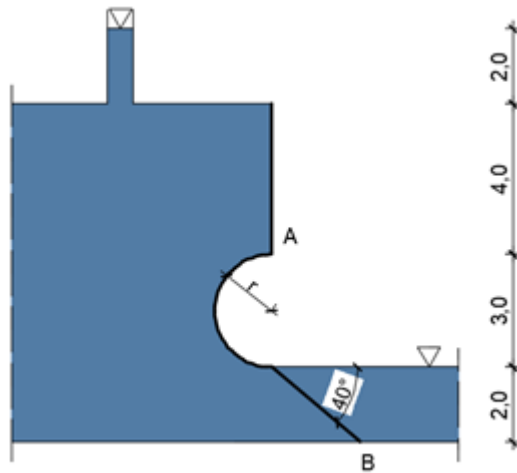
22. Odredite veličinu, smjer i položaj rezultantne sile koja djeluje na konstrukciju AB širine 2,0m. Skicirajte dijagrame tlakova na konstrukciju. Gustoća vode je  $1000 \text{ kg/m}^3$ , a kote su u metrima.



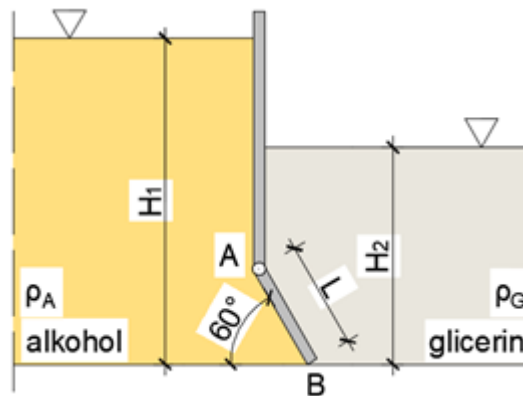
23. Odredite veličinu, položaj (skica) i smjer sumarne sile hidrostatskog tlaka na zakrivljenu površinu AB širine 2,0 m prema zadanoj slici. Zadano:  $b=2,0 \text{ m}$ ,  $\rho=1000 \text{ kg/m}^3$ .



24. Odredite veličinu, položaj (skica) i smjer sile hidrostatskog tlaka na zakrivljenu površinu A-B širine 2,0 m prema zadanoj slici. Kote su u metrima.

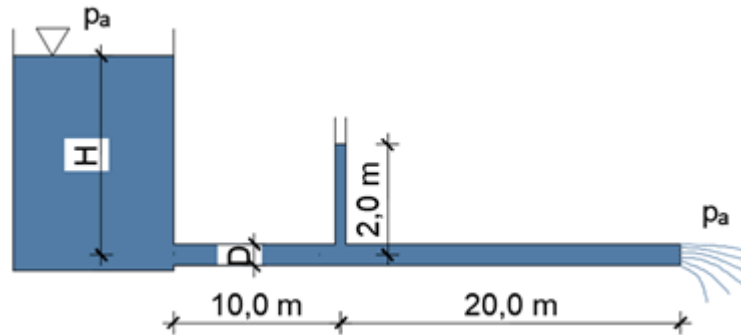


25. Zatvarač A-B, pravokutnog oblika, okretljiv oko točke A, dijeli bazen na dva dijela. S lijeve strane nalazi se alkohol gustoće  $\rho_A = 790 \text{ kg/m}^3$ , dok se s desne strane nalazi glicerina gustoće  $\rho_G = 1250 \text{ kg/m}^3$ . Kolika mora biti debljina zatvarača da pri zadanim visinama alkohola i glicerina i dalje ostao zatvoren? Zadano:  $H_1=6,0 \text{ m}$ ;  $H_2=4,0 \text{ m}$ ;  $L=2,0 \text{ m}$ ;  $b=1,0 \text{ m}$ ;  $\rho_{\text{zatvarača}} = 7000 \text{ kg/m}^3$ .

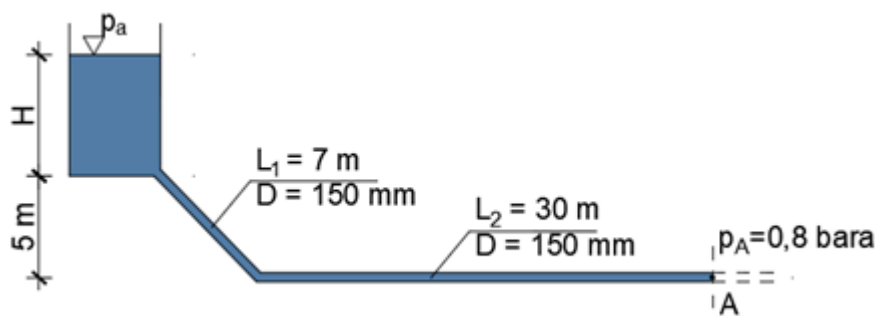


### 3.2. STRUJANJE POD TLAKOM

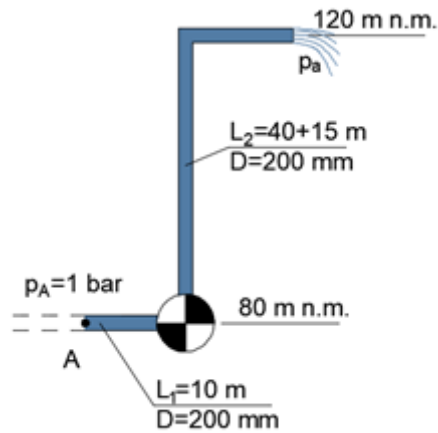
26. Odredite protok ( $Q$ ) i dubinu vode u spremniku ( $H$ ) ako je zadano: promjer cijevi  $D=100$  mm, visina vode u postavljenom pijeziometru  $h=2,0$  m;  $\xi_{ul}=0,5$ ;  $\lambda=0,020$ . Nacrtajte energetska i pijeziometarska linija.



27. Odredite razinu vode u rezervoaru ( $H$ ) iz kojeg istječe voda protokom  $Q=25$  l/s, a traženi tlak u točki A,  $p_A=0,8$  bara. Zadano:  $D_1=150$  mm;  $v=1,06 \times 10^{-6}$  m<sup>2</sup>/s;  $\varepsilon=0,2$  mm;  $\xi_{ul}=0,35$ ;  $\xi_{kolj}=1,35$ . Nacrtajte pijeziometarsku i energetska liniju.

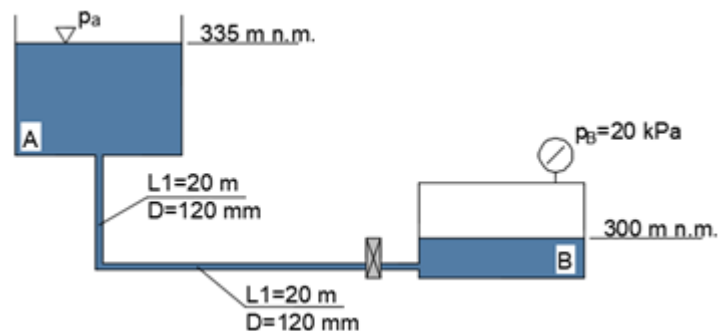


28. Odredite snagu crpke (P) potrebnu za ostvarenje protoka od  $Q=150 \text{ l/s}$  vode kroz zadani cjevovod pod uvjetom da je tlak u točki A jednak  $p_A=1,0 \text{ bar}$ . Koeffcijent iskoristivosti crpke je  $\eta=0,7$ . Zadano:  $D=200 \text{ mm}$ ;  $\nu=1,21 \times 10^{-6} \text{ m}^2/\text{s}$ ;  $\varepsilon=0,5 \text{ mm}$ ;  $\xi_{kolj}=0,35$ . Nacrtajte pijezometarsku i energetska liniju.

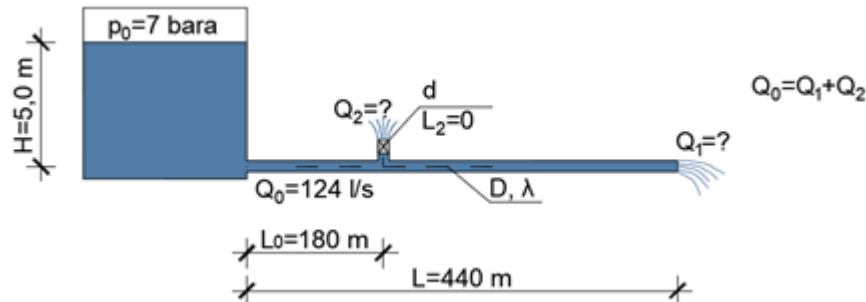


29. Zadani sustav karakteriziraju sljedeći uvjeti :  $D=120 \text{ mm}$ ;  $\lambda =0,0175$ ;  $\nu=1,02 \times 10^{-6} \text{ m}^2/\text{s}$ ;  $p_B=20 \text{ kPa}$ ;  $\xi_{kolj}=0,65$ ;  $\xi_{zat}=5,0$ ;  $\xi_{izl}=1,0$ ;  $\rho=1000 \text{ kg/m}^3$ ;

- Koji je smjer strujanja voda (od A prema B ili od B prema A rezervoaru)?
- Koliki je protok?
- Provjerite je li strujanje kroz cjevovod laminarno ili turbulentno.
- Nacrtajte pijezometarsku i energetska liniju.



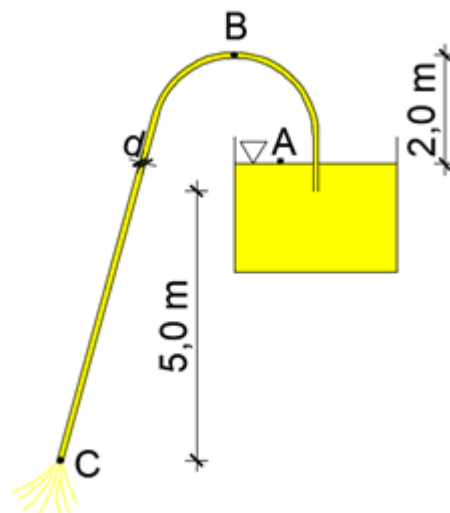
30. Iz spremnika pod tlakom istječe voda. Pri zatvorenom zatvaraču kroz horizontalnu cijev protječe  $Q_0=124$  l/s. Odredite  $Q_1$  i  $Q_2$  koji se javljaju otvaranjem zatvarača. Dužina vertikalne cijevi ( $L_2$ ) zanemariva je. Zadano:  $D=150$  mm;  $d=58$  mm;  $\lambda=0,020$ ;  $\xi_{ul}=0,5$ ;  $\xi_{zat}=1,91$ ;  $\rho=1000$  kg/m<sup>3</sup>.



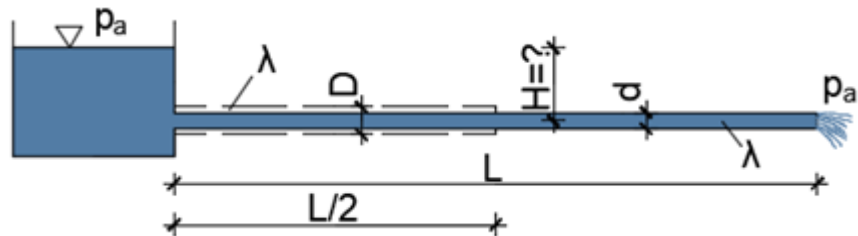
31. Usisnim cjevovodom promjera  $D_u=150$  mm voda dotječe do crpke koja potiskuje vodu u potisni dio cjevovoda promjera  $D_p=100$  mm. Neposredno prije crpke tlak u točki A iznosi  $p_A = -6$  bara, a u točki B  $p_B = 4$  bara. Odredite potrebnu snagu crpke. Zadano:  $Q=120$  l/s;  $\varepsilon=0,2$  mm;  $\nu=1,06 \times 10^{-6}$  m<sup>2</sup>/s;  $\xi_{kolj}=0,8$ ;  $\eta=0,85$ .



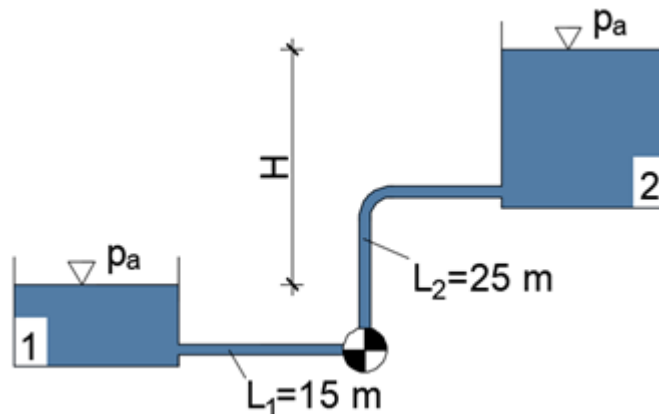
32. Kroz teglicu promjera  $d=50$  mm istječe ulje gustoće  $\rho=850$  kg/m<sup>3</sup> u atmosferu. Ako je ukupni gubitak energije od točke A do točke B  $\Delta h_{AB}=1,5$  m, a od točke B do C  $\Delta h_{BC}=2,4$  m, odredite protok kroz teglicu i veličinu tlaka u točki B.



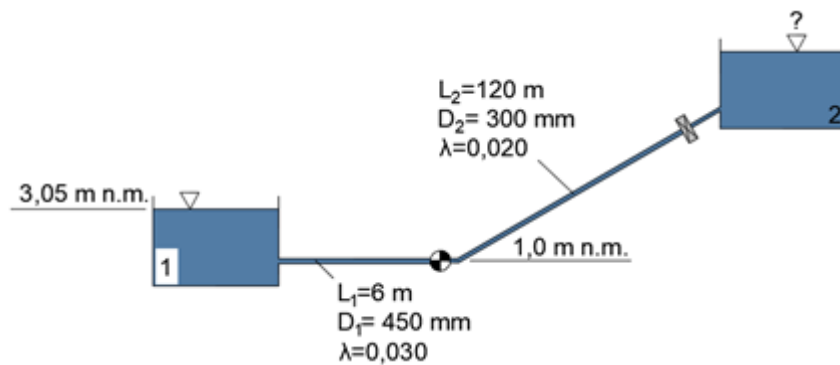
33. U sustavu na slici ostvaruje se stacionarno strujanje fluida protokom  $Q_0=154$  l/s. Odredite protok  $Q$  koji će se ustaliti u sustavu ako se na polovini duljine cjevovoda postojeća cijev promjera  $d=300$  mm zamijeni većom cijevi promjera  $D=500$  mm i iste hrapavosti. Koeficijent gubitka na suženju iznosi  $\xi=0,5$  (uz nizvodnu brzinu), a ostale lokalne gubitke treba zanemariti. Zadano je:  $\rho=998$  kg/m<sup>3</sup>;  $\lambda=0,014$  mm;  $L=1200$  m.



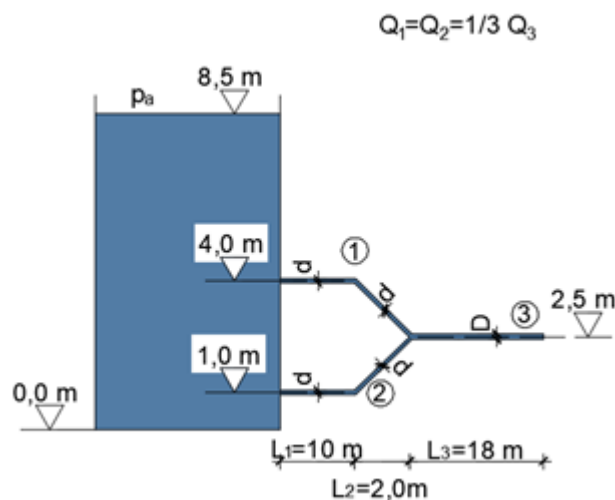
34. Odredite snagu crpke ( $P$ ) potrebnu za transport vode iz rezervoara 1 u rezervoar 2. Dužina cijevi do crpke je  $L_1=15$  m, a od crpke do rezervoara 2,  $L_2=25$  m. Koljeno se nalazi na polovici cijevi, a njezin je promjer konstantan. Zadano:  $Q=80$  l/s;  $H=4,2$  m;  $D=200$  mm;  $\varepsilon=0,03$  mm;  $\nu=1,2 \times 10^{-6}$  m<sup>2</sup>/s;  $\xi_{kolj}=2,0$ ;  $\xi_{ul}=\xi_{izl}=0,5$ ;  $\eta=0,85$ . Nacrtajte energetska i pijezometarska linija.



35. Protok u zadanom sustavu je  $Q=0,22 \text{ m}^3/\text{s}$ . Ako pumpa ima snagu  $N=52,2 \text{ kW}$ , na kojoj je koti razina vode u rezervoaru 2? Koeficijenti lokalnih gubitaka na izlazu iz rezervoara 1 i ulazu u rezervoar 2 iznose  $\xi=1,0$ , a na zatvaraču  $\xi_{\text{zat}}=5,0$ . Koef. iskoristivosti pumpe  $\eta=1,0$ . Cijevi do pumpe i nakon nje imaju različite promjere i karakteristike hrapavosti (prema slici), a dužina je cijevi iza zatvarača mala i zanemaruje se. Nacrtajte pijeziometarsku i energetska liniju.

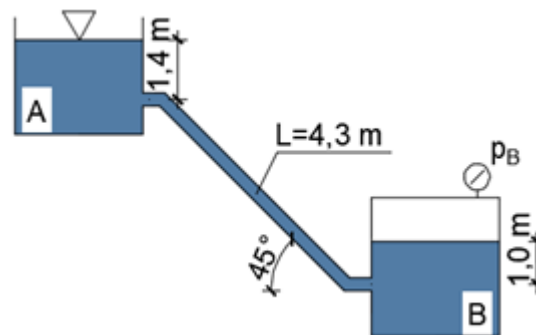


36. Za sustav na slici odredite protoke u cijevima 1, 2 i 3. Nacrtajte pijeziometarsku i energetska liniju. Zadano:  $d=100 \text{ mm}$ ;  $D=150 \text{ mm}$ ;  $\xi_{\text{ul}}=0,5$ ;  $\xi_{\text{kolj}}=0,15$ ;  $\xi_{\text{rač}}=0,2=f(v_1)$ ;  $\lambda_d=0,024$ ;  $\lambda_D=0,020$ .

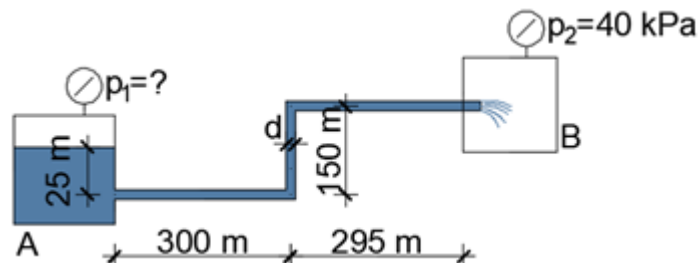


37. Cjevčica promjera 6 mm i dužine  $L=4,3$  m povezuje spremnike A i B. U spremniku B mjeri se tlak  $p_B=34,5$  kPa. Kinematički koeficijent viskoznosti iznosi  $\nu=1,0 \times 10^{-6}$  m<sup>2</sup>/s. Pretpostavljajući LAMINARNO STRUJANJE i postojanje samo gubitaka na trenju odredite:

- Smjer strujanja- od A prema B ili od B prema A.
- Protok  $Q$ .
- Provjerite je li strujanje laminarno.
- Nacrtajte pijezometarsku i energetska liniju.

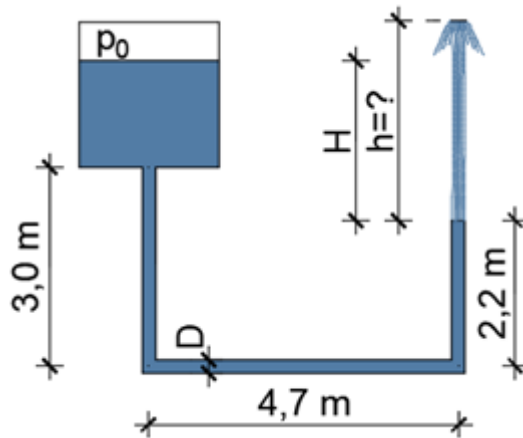


38. Voda struji od rezervoara A prema B. Odredite tlak u rezervoaru A ( $p_1$ ), ako je zadano:  $p_2=40$  kPa;  $Q=0,1$  m<sup>3</sup>/s;  $d=150$  mm;  $\nu=0,113 \times 10^{-5}$  m<sup>2</sup>/s;  $\varepsilon=0,05$  mm;  $\zeta_{ul}=0,4$ ;  $\zeta_{kolj}=0,9$ ;  $\zeta_{izl}=1,0$ . Nacrtajte energetska i pijezometarska linija.

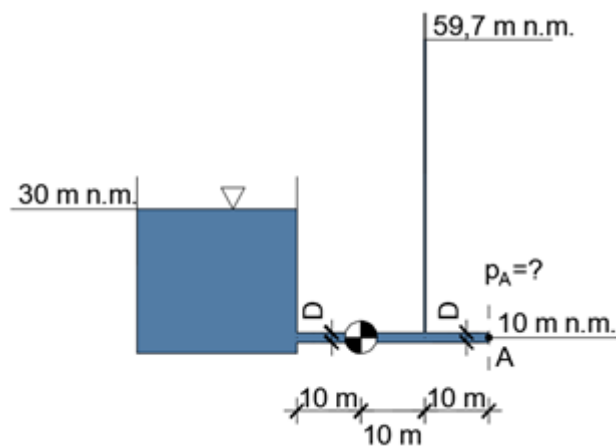


39. Iz rezervoara s pretlakom veličine  $p_0=1,0$  bar istječe voda kroz cijev promjera  $D=50$  mm u atmosferu. Odredite protok i maksimalnu visinu mlaza ( $h$ ). Zadano:  $\lambda=0,022$ ;  $\zeta_{ul}=0,2$ ;  $\zeta_{kolj}=0,3$ ;  $H=2,4$  m. Nacrtajte pijezometarska i energetska linija.

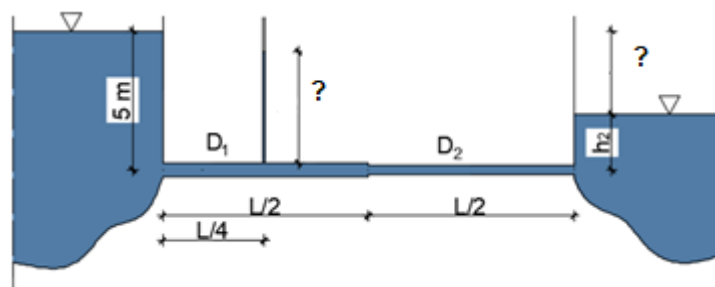




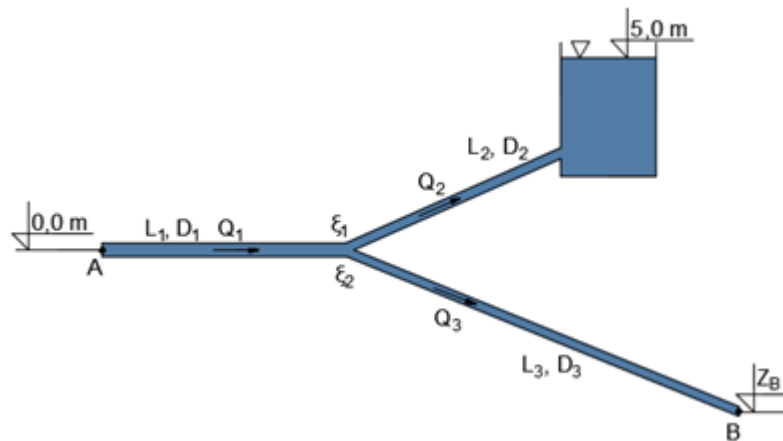
40. Odredite snagu crpke i tlak u točki A ( $p_A$ ) uz uvjet da je protok vode u cijevi konstantnog promjera  $D=150$  mm jednak  $Q=150$  l/s. Zadano:  $\xi_{ul}=0,5$ ;  $\nu=1,06 \times 10^{-6}$  m<sup>2</sup>/s;  $\varepsilon=0,2$  mm;  $\mu=0,7$ . Nacrtajte energetska i pijezometrijska linija.



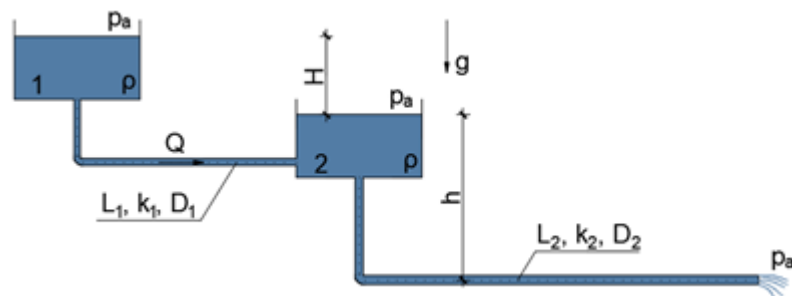
41. Odredite potrebnu visinsku razliku razina vode u jezerima da cjevovod na slici može propustiti protok  $Q=0,3$  m<sup>3</sup>/s i odredite razinu vode u pijezometru i razliku razina vode u jezerima ( $\Delta h$ ). Nacrtajte energetska i pijezometrijska linija. Zadano:  $L=150$  m (ukupna dužina cjevovoda),  $D_1=500$  mm;  $D_2=300$  mm;  $\varepsilon=1,0$  mm;  $\nu=1,14 \cdot 10^{-6}$  m<sup>2</sup>/s;  $\rho_v=1000$  kg/m<sup>3</sup>;  $\xi_{ul}=0,45$ ;  $\xi_{suž}=0,6$ ;  $\xi_{jzl}=1,0$ .



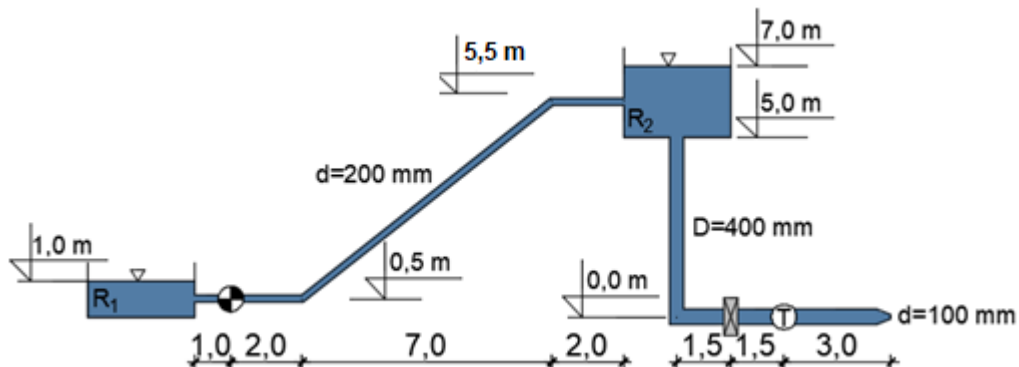
42. Za cjevovod na slici odredite  $Q_2$  i  $Q_3$  te visinu točke B. Nacrtajte energetsku i piježometarsku liniju. Zadano:  $\rho_v=1000 \text{ kg/m}^3$ ;  $D_1=300 \text{ mm}$ ;  $D_2=D_3=200 \text{ mm}$ ;  $L_1=L_2=500 \text{ m}$ ;  $L_3= 900 \text{ m}$ ;  $p_A=64,55 \text{ kPa}$ ;  $Q_1= 0,05 \text{ m}^3/\text{s}$ ;  $\lambda_2= \lambda_3=0,025$ ;  $\varepsilon_1=0,2 \text{ mm}$ ;  $\nu_1=1,1 \cdot 10^{-6} \text{ m}^2/\text{s}$ ;  $\xi_1=0,2=f(v_2)$ ;  $\xi_2=0,2=f(v_3)$ .



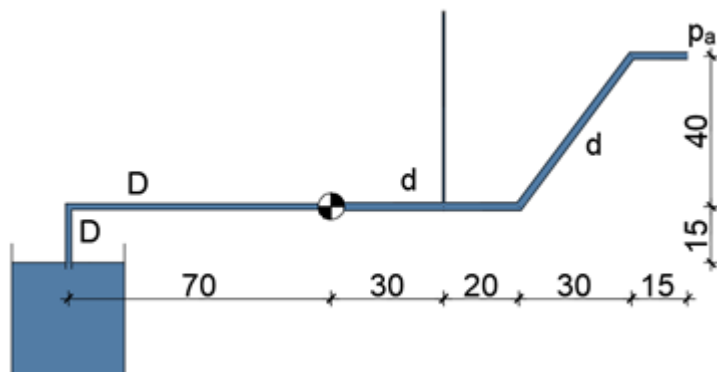
43. Za sustav na slici odredite veličine  $H$  i  $h$ . Nacrtajte energetsku i piježometarsku liniju. Zadano:  $Q=0,074 \text{ m}^3/\text{s}$ ;  $\rho=997 \text{ kg/m}^3$ ;  $\nu=0,86 \cdot 10^{-6} \text{ m}^2/\text{s}$ ;  $L_1=898 \text{ m}$ ;  $D_1=200 \text{ mm}$ ;  $k_1= \varepsilon_1=0,02 \text{ mm}$ ;  $k_2= \varepsilon_2=0,02 \text{ mm}$ ;  $L_2=2610 \text{ m}$ ;  $D_2=270 \text{ mm}$ ;  $\xi_{ul}=0,5$ ;  $\xi_{kolj}=0,7$ ,  $\xi_{izl}=1,0$ .



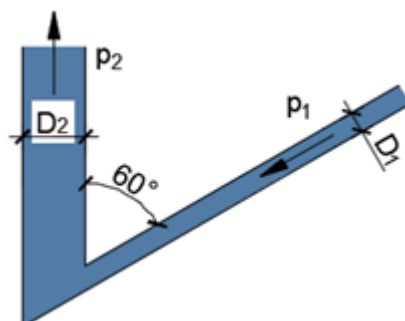
44. Voda se iz rezervoara R1 crpi do rezervoara R2, a iz njega izlazi kroz drugu cijev pri čemu prolazi kroz turbinu. Kolika treba biti snaga crpke da protoci u obje cijevi budu jednaki? Odredite i snagu turbine. Nacrtajte energetska i piježometarska linija. Zadano: brzina na izlazu ( $d=100\text{ mm}$ )= $1,0\text{ m/s}$ ;  $\xi_{ul}=0,5$ ;  $\xi_{kolj}=0,8$ ;  $\xi_{jzl}=1,0$ ;  $\xi_{zat}=1,0$ ;  $\epsilon=0,2\text{ mm}$ ;  $\nu=1,14 \cdot 10^{-6}\text{ m}^2/\text{s}$ ;  $\eta=0,8$  (za crpku i turbinu).



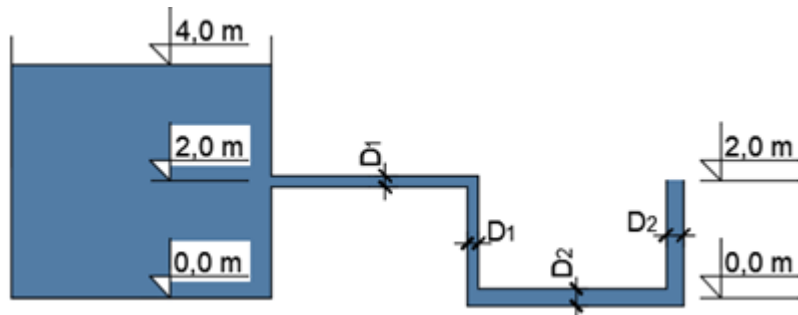
45. Odredite snagu crpke i visinu vode u piježometru. Nacrtajte energetska i piježometarska linija. Zadano:  $Q=0,1\text{ m}^3/\text{s}$ ;  $D=150\text{ mm}$ ;  $d=200\text{ mm}$ ;  $\epsilon=0,5\text{ mm}$ ;  $\nu=1,13 \cdot 10^{-6}\text{ m}^2/\text{s}$ ;  $\xi_{kolj}=0,7$ ;  $\xi_{ul}=0,5$ ;  $\eta=0,8$ .



46. Odredite ukupnu silu kojom voda djeluje na račvu. Skicirajte plan sila. Zadano:  $\rho_v=1000\text{ kg/m}^3$ ;  $D_1=100\text{ mm}$ ;  $D_2=300\text{ mm}$ ;  $p_1=9\text{ kPa}$ ,  $p_2=11\text{ kPa}$ ,  $v_1=3,0\text{ m/s}$ .



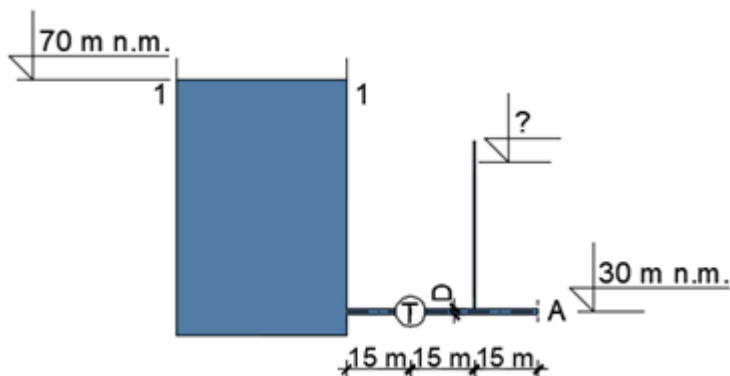
47. Za sustav na slici potrebno je odrediti protok i brzine u cijevima s promjerima  $D_1$  i  $D_2$  pod pretpostavkom da se radi o idealnom fluidu. Nacrtajte energetsku i pijeziometrijsku liniju. Zadano:  $D_1=200$  mm;  $D_2=300$  mm.



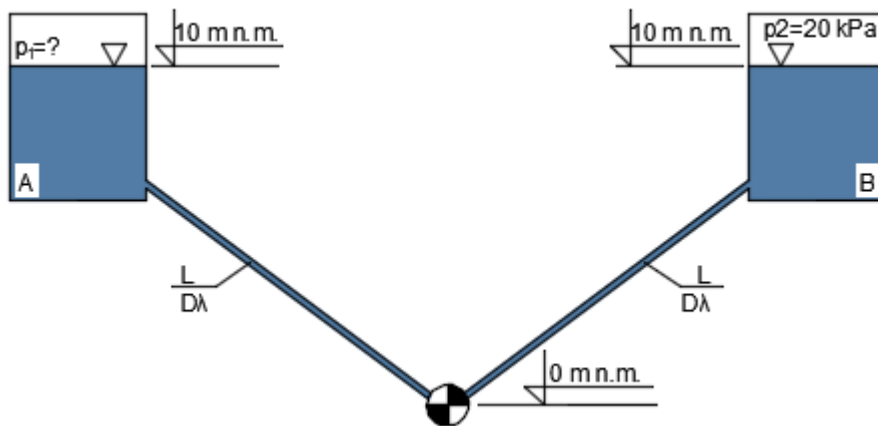
48. Odredite smjer strujanja, brzine u cijevima i protok za sustav na slici pod pretpostavkom idealne tekućine. Nacrtajte energetsku i pijeziometrijsku liniju. Gustoća vode iznosi  $1000$  kg/m<sup>3</sup>;  $p_0=29,43$  kPa;  $H_1=1,0$  m;  $H_2=5,0$  m;  $D_1=110$  mm;  $D_2=200$  mm.



49. Odredite snagu turbine i tlak u točki A. Nacrtajte energetsku i pijeziometrijsku liniju. Odredite snagu turbine i visinu vode u pijeziometru. Nacrtajte energetsku i pijeziometrijsku liniju. Tlak u točki A iznosi  $40$  kPa. Zadano:  $\rho=1000$  kg/m<sup>3</sup>;  $Q=150$  l/s;  $D=150$  mm;  $\lambda=0,02$ ;  $\xi_{ul}=0,5$ ;  $\mu=0,7$ .

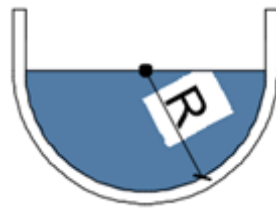


50. Na slici je prikazano crpljenje vode iz komore A u komoru B. Ako je zadan protok  $Q=67 \text{ l/s}$  i snaga crpke  $P=10\text{kW}$ , koliki će biti tlak u komori A? Nacrtajte energetska i pijezometarsku liniju. Zadano:  $L=200 \text{ m}$ ;  $D=200 \text{ mm}$ ;  $\varepsilon=0,5 \text{ mm}$ ;  $\nu=1,1 \cdot 10^{-6} \text{ m}^2/\text{s}$ ;  $\eta=0,70$ ;  $\xi_{ul}=0,5$ ;  $\xi_{izl}=1,0$ ;  $\xi_{kolj}=0,2$  (uzvodna brzina);  $p_2=20 \text{ kPa}$ ;  $\rho_v=1000 \text{ kg/m}^3$ .



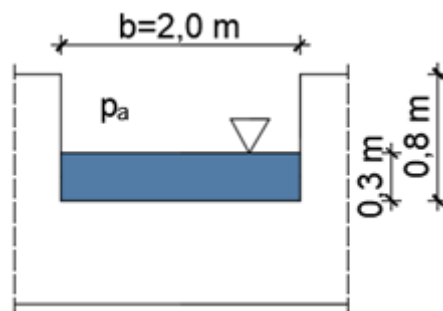
### 3.3. STRUJANJE OTVORENIM VODOTOCIMA, ISTJECANJE I PRELIJEVANJE

51. U kanalu pravokutnog poprečnog presjeka širine 1,2 m i dubine vode 0,8 m protječe  $Q = 0,45 \text{ m}^3/\text{s}$ . Pad kanala je 0,4 %. Koliki je koeficijent hrapavosti obloge kanala? Je li strujanje mirno ili silovito?
52. Kanalom pravokutnog poprečnog presjeka širine dna  $b = 1,6 \text{ m}$  protječe  $Q = 3,4 \text{ m}^3/\text{s}$  i dolazi do pojave vodnog skoka s 2. spregnutom dubinom  $h_2 = 2,4 \text{ m}$ .
- Kolika je 1. spregnuta dubina  $h_1$ ?
  - Koliki je gubitak energije  $\Delta E$ ?
53. Obloženim kanalom polukružnog poprečnog presjeka radijusa  $R = 2,0 \text{ m}$ , uzdužnog pada  $I = 0,5 \text{ ‰}$ , voda protječe brzinom  $v = 0,5 \text{ m/s}$ . Koliki je koeficijent hrapavosti obloge i ostvareni protok  $Q$ ?



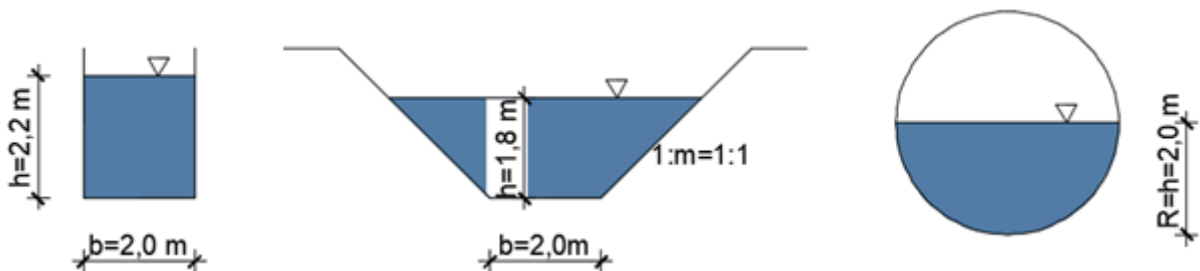
54. Kroz kanal pravokutnog poprečnog presjeka širine  $b = 3,0 \text{ m}$  protječe  $Q = 120 \text{ m}^3/\text{s}$  vode. Zbog smanjenja uzdužnog pada dolazi do promjene dubine i pojave vodnog skoka. Ako je 1. spregnuta dubina  $h_1 = 1,2 \text{ m}$ , odredite:
2. spregnutu dubinu ( $h_2$ )
  - kritičnu dubinu ( $h_{kr}$ )
  - gubitak energije uslijed vodnog skoka ( $\Delta E$ )
55. Odredite normalnu dubinu pri ustaljenom jednolikom strujanju kroz otvoreni kanal trapeznog poprečnog presjeka nagiba pokosa 1:m=1:2, širine dna  $b = 1,0 \text{ m}$  i uzdužnog pada  $I = 0,5 \text{ ‰}$ , ako je Manningov koeficijent hrapavosti  $n = 0,032$  i protok  $Q = 3,0 \text{ m}^3/\text{s}$ .

56. U laboratoriju je izrađen pravokutni oštrobridni preljev (na slici). Za  $t=40$  s zahvaćeno je  $V=25$  m<sup>3</sup> vode protokle preko preljeva. Odredite koeficijent protoka ako je prelijevanje nepotopljeno.



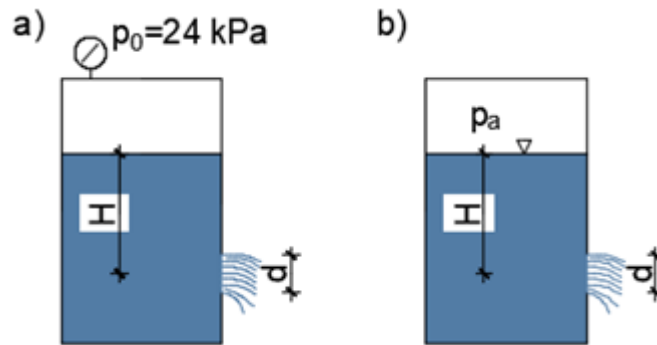
57. Ako kanalom pravokutnog poprečnog presjeka protječe  $Q=15,0$  m<sup>3</sup>/s pri padu dna  $l=0,4$  % i koeficijentu hrapavosti  $n=0,029$ , koliki će se protok ostvariti oblaganjem kanala i smanjenjem hrapavosti na  $n=0,016$ ? Širina dna  $b=2,0$  m.

58. Kojim će se poprečnim presjekom kanala ostvariti najveći protok ako svi imaju isti uzdužni pad i isti Manning-Stricklerov koeficijent hrapavosti?



59. Odredite protok kroz mali oštrobridni otvor u rezervoaru promjera  $d=90$  mm za slučaj ako je:

- pretlak u rezervoaru  $p_0=24$  kPa i
- kada u rezervoaru vlada atmosferski tlak. U oba je slučaja visina vode  $H=2,5$  m i koeficijent istjecanja  $\mu=0,76$ .



60. Kanalom pravokutnog poprečnog presjeka širine  $b=5,5$  m protječe  $Q=3,5$  m<sup>3</sup>/s vode s dubinom  $h=1,2$  m.

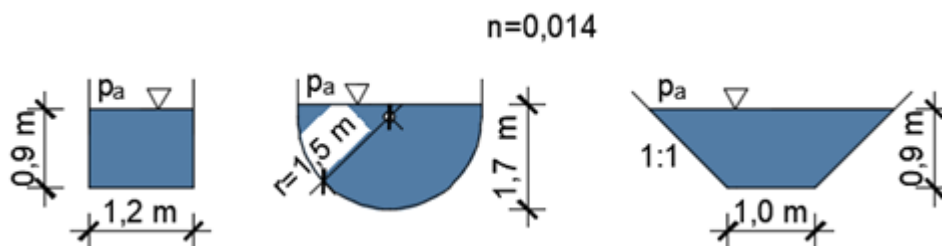
- a) Kolika je specifična energija presjeka?
- b) Je li strujanje mirno ili silovito?

61. Za kanal trapeznog poprečnog presjeka odredite kritičnu dubinu i minimalnu specifičnu energiju GRAFOANALITIČKI. Zadano:  $Q=15$  m<sup>3</sup>/s;  $1:m=1:2$ ;  $b=3,5$  m;  $\alpha=1,1$ .

62. Kanalom trapeznog poprečnog presjeka širine dna  $b=1,2$  m i nagiba pokosa  $1:1,5$  te uzdužnog pada  $I=0,8$  % protječe  $Q=0,52$  m<sup>3</sup>/s. Odredite normalnu dubinu vode u kanalu. (Manningov koeficijent  $n=0,022$ ).

63. Ulje gustoće  $\rho=720$  kg/m<sup>3</sup> istječe kroz otvor promjera 60 mm. Koeficijent istjecanja iznosi  $\mu=0,95$ . U posudi vlada tlak  $p=0,1$  bar, a visina vode u rezervoaru iznosi  $H=2,5$  m. Je li to istjecanje kroz veliki ili mali otvor? Odredite protok.

64. Koliki su uzdužni padovi kanala zadanog poprečnog presjeka s jednakim protokom  $Q=8$  m<sup>3</sup>/s i koeficijentom hrapavosti? Koji je uzdužni pad najveći?

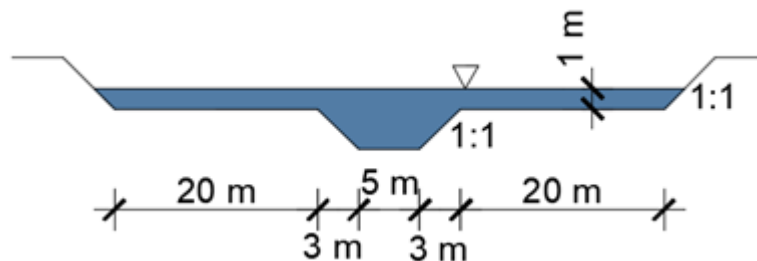




65. Kanalom pravokutnog poprečnog presjeka širine 4,5 m protječe 5,4 m<sup>3</sup>/s. Druga spregnuta dubina, nizvodno od vodnog skoka (h<sub>2</sub>), iznosi 1,28 m, a Coriolisov koeficijent  $\alpha=1,1$ . Kolika je prva spregnuta dubina (h<sub>1</sub>)?

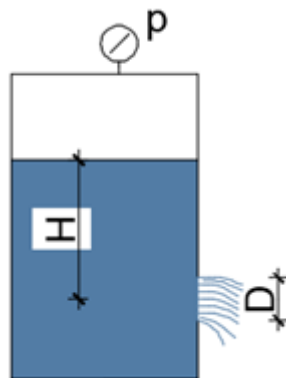
66. Preko trokutnog (Thomsonovog) oštrobridnog preljeva ( $\theta=90^\circ$ ) protječe voda dubine 0,25 m. U 65 sekundi zahvaćeno je 2,8 m<sup>3</sup> vode. Odredite koeficijent preljevanja m.

67. Odredite protok (Q) kroz otvoreni kanal dvostrukog trapeznog profila ako je Manningov koeficijent hrapavosti  $n=0,032$  i uzdužni pad kanala  $I=0,2\%$ .

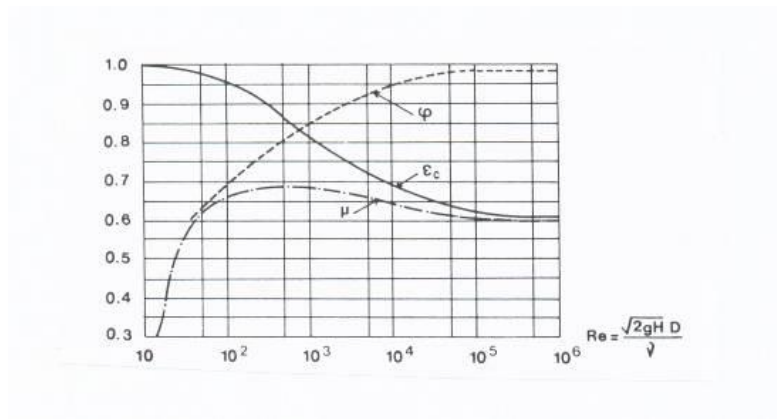


68. Ako kanalom pravokutnog poprečnog presjeka širine dna  $b=4,8$  m protječe 11,5 m<sup>3</sup>/s vode s dubinom vode 1,2 m, a pad dna iznosi  $I=0,2\%$ , koliki je koeficijent hrapavosti kanala?

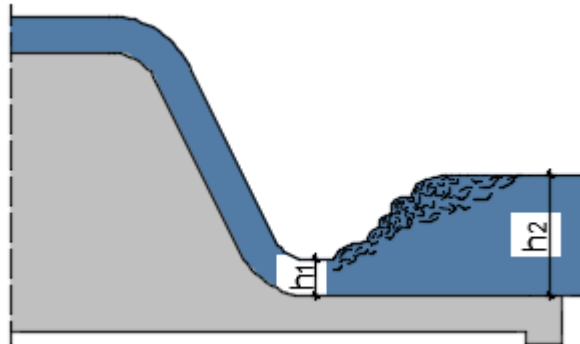
69. Ulje gustoće  $\rho=850$  kg/m<sup>3</sup> istječe kroz otvor promjera 30 cm. Koeficijent istjecanja iznosi  $\mu=0,90$ . U posudi vlada tlak  $p=0,15$  bar, a visina vode u rezervoaru iznosi  $H=2,0$  m. Je li to istjecanje kroz veliki ili mali otvor? Odredite protok.



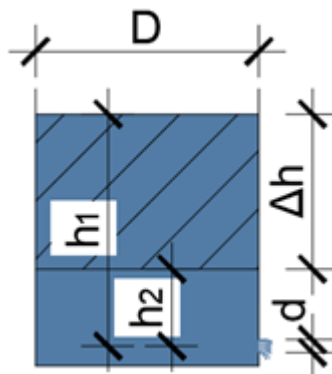
70. Kroz kružni otvor promjera  $D=8$  cm koji se nalazi u stijenci rezervoara istječe voda. Zadano:  $H=2,0$  m;  $v=1,06 \times 10^{-6}$  m<sup>2</sup>/s. Radi li se o istjecanju kroz mali ili veliki otvor? Odredite protok kroz otvor.



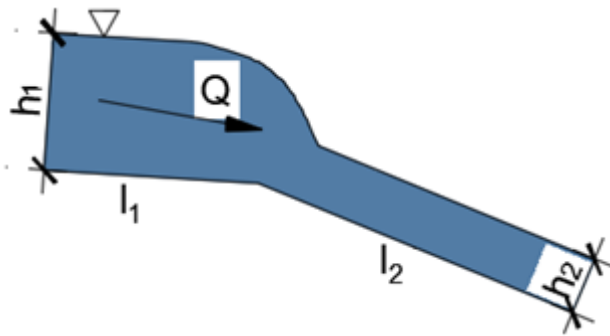
71. Protok  $Q=27 \text{ m}^3/\text{s}$  protječe kanalom pravokutnog poprečnog presjeka širine  $b=5,0 \text{ m}$ . Promjenom pada dolazi do pojave vodnog skoka. Odredite 2. spregnutu dubinu ( $h_2$ ), ako prva iznosi  $h_1=1,5 \text{ m}$  i odredite gubitak energije koji se pri tome dogodio.



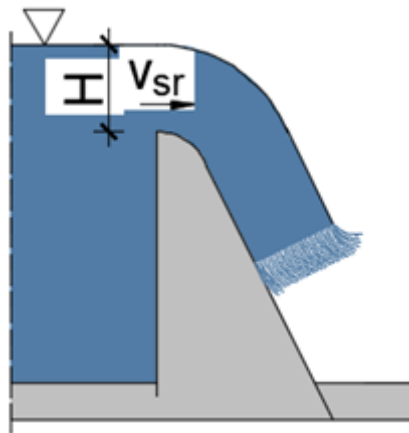
72. Odredite vrijeme potrebno za sniženje razine vode za  $\Delta h$  u rezervoaru kružnog poprečnog presjeka promjera  $D=3,0 \text{ m}$ . Otvor je također kružnog poprečnog presjeka promjera  $d=20 \text{ cm}$ . Zadano: koef. istjecanja  $\mu=0,82$ ;  $h_1=1,8 \text{ m}$ ;  $h_2=0,6 \text{ m}$ .



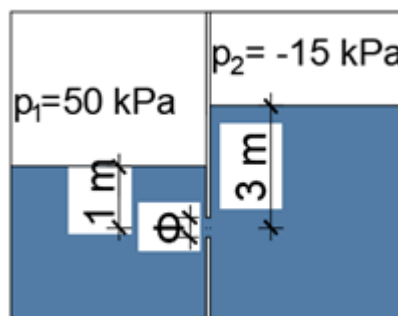
73. Izračunajte kritičnu dubinu  $h_{kr}$  te padove dna kanala  $l_1$  i  $l_2$  za kanal pravokutnog poprečnog presjeka širine dna  $b=3,0$  m. Zadano:  $Q=4,5$  m<sup>3</sup>/s;  $n=0,014$ ;  $h_1=1,2$  m;  $h_2=0,5$  m.



74. Na preljevu u pravokutnom koritu širine  $b=20,0$  m kod visine preljevnog mlaza  $H=2,0$  m i srednje brzine prelijevanja  $v_{sr}=3,25$  m/s odredite vrijednost koeficijenta prelijevanja ( $m_0$ ).



75. Odredite protok kroz otvor promjera  $\varnothing=200$  mm;  $\mu=0,8$ . U spremnicima se nalazi voda. Radi li se o istjecanju kroz mali ili veliki otvor?



## 4. RJEŠENJA

### 4.1. HIDROSTATIKA

1.  $h_z=6,3 \text{ m}$
2.  $p_A=2780 \text{ Pa}$
3.  $\rho_{ulja}=897 \text{ kg/m}^3$
4.  $h=2,06 \text{ m}$
5.  $F=183,6 \text{ kN/m}'$ ;  $\alpha=36,06^\circ$
6.  $F=18,3 \text{ kN}$
7.  $H=12,64 \text{ m}$
8.  $F_{AB}=220,7 \text{ kN}$ ;  $F_{dno}=809,3 \text{ kN}$
9.  $F=69,3 \text{ kN}$
10.  $F=9,9 \text{ kN}$
11. a)  $F=96 \text{ kN/m}'$ ; b)  $F=123 \text{ kN/m}'$
12.  $G=24,9 \text{ kN}$
13.  $F=25,2 \text{ kN}$ ;  $\alpha=15,3^\circ$
14.  $F=4,7 \text{ kN}$
15.  $p_o=953 \text{ Pa}$
16.  $p_A=\text{atm.tlak}$ ;  $p_B=0,147 \text{ bara}$ ;  
 $p_C=0,078 \text{ bara}$ ;  $p_D=0,19 \text{ bara}$ ;  
 $p_{dno}=0,29 \text{ bara}$
17.  $F=47,9 \text{ kN}$ ;  $\alpha=8,48^\circ$
18.  $F=57,7 \text{ kN}$ ;  $\alpha=48,6^\circ$
19.  $F=216 \text{ kN/m}'$ ;  $\alpha=44^\circ$
20.  $\Delta V=4,65\%$
21.  $p_A=0$ ;  $p_B=-4905 \text{ Pa}$ ;  $p_C=p_D=6867 \text{ Pa}$ ;  
 $p_E=24525 \text{ Pa}$
22.  $F=281,88 \text{ kN}$ ;  $\alpha=16,85^\circ$ ;  $x_B=2,14 \text{ m}$
23.  $F=1042,92 \text{ kN}$ ;  $\alpha=11,36^\circ$ ;  $x_B=3,53 \text{ m}$
24.  $F=933,32 \text{ kN}$ ;  $\alpha=31,64^\circ$ ;  $x_B=2,98 \text{ m}$
25.  $d=5,91 \text{ mm}$

### 4.2. STRUJANJE POD TLAKOM

26.  $Q=245 \text{ l/s}$ ;  $H=3,73 \text{ m}$
27.  $H=3,98 \text{ m}$
28.  $P=83,7 \text{ kW}$
29. a) strujanje od A prema B; b)  $Q=62,4 \text{ l/s}$ ; c) strujanje je turbulentno
30.  $Q_1=98 \text{ l/s}$ ;  $Q_2=26 \text{ l/s}$
31.  $P=226 \text{ kW}$
32.  $Q=9,1 \text{ l/s}$ ;  $p_B=-38,3 \text{ kPa}$
33.  $Q=210 \text{ l/s}$
34.  $P=6 \text{ kW}$
35.  $H_2=20,6 \text{ m.n.m}$

36.  $Q_1=Q_2=33 \text{ l/s}$ ;  $Q_3= 66 \text{ l/s}$

38.  $p_1=2572 \text{ kPa}$

40.  $P= 95,6 \text{ kW}$ ;  $p_A= 43713 \text{ Pa}$

42.  $Q_2=0,015 \text{ m}^3/\text{s}$ ;  $Q_3=0,035 \text{ m}^3/\text{s}$ ;  
 $z_B=1,27 \text{ m}$

44.  $P_C= 579 \text{ kW}$ ;  $P_T= 425,09 \text{ kW}$

46.  $R= 784,3 \text{ N}$

48.  $v_1=4,43 \text{ m/s}$ ;  $Q=0,0421 \text{ m}^3/\text{s}$ ;  
 $v_2=1,34 \text{ m/s}$

50.  $p_1=32,88 \text{ kPa}$

37. a) strujanje je od B prema A; b)  
 $Q=0,05 \text{ l/s}$ ; c) strujanje je laminarno

39.  $Q= 13,6 \text{ l/s}$ ;  $h=2,44 \text{ m}$

41.  $\Delta h=2,0 \text{ m}$ ;  $h=4,61 \text{ m}$

43.  $H=19,1 \text{ m}$ ;  $h=12,07 \text{ m}$

45.  $P=109,9 \text{ kW}$ ; ;  $h=46,2 \text{ m}$

47.  $v_2=6,26 \text{ m/s}$ ;  $Q=0,44 \text{ m}^3/\text{s}$ ;  
 $v_1=14,01 \text{ m/s}$

49.  $P=8,62 \text{ kW}$ ;  $h=41,42 \text{ m}$

### 4.3. STRUJANJE OTVORENIM VODOTOCIMA, ISTJECANJE I PRELIJAVANJE

51.  $n=0,065$ ; mirno strujanje

53.  $n=0,044$ ;  $Q= 3,14 \text{ m}^3/\text{s}$

55.  $h_o=1,4 \text{ m}$

57.  $Q= 27,17 \text{ m}^3/\text{s}$

59. a)  $Q=47,6 \text{ l/s}$ ; b)  $Q=33,8 \text{ l/s}$

61.  $h_{kr}=1,0\text{m}$ ;  $E_{sp \text{ min}}=1,42 \text{ m}$

63.  $Q= 23,49 \text{ l/s}$

65.  $h_1 = 0,36 \text{ m}$

67.  $Q= 129,7 \text{ m}^3/\text{s}$

52.a)  $h_1=0,15 \text{ m}$ ; b)  $\Delta E=8,04 \text{ m}$

54. a)  $h_2=15,9 \text{ m}$ ; b)  $h_{kr}= 5,46 \text{ m}$ ;  
c)  $\Delta E=41,6 \text{ m}$

56.  $m_o=0,43$

58. maksimalni protok je u kanalu trapeznog poprečnog presjeka

60. a)  $E_{sp}=1,21 \text{ m}$ ; b) strujanje je mirno

62.  $h=0,25 \text{ m}$

64. kanal pravokutnog poprečnog presjeka

66.  $m =1,376$

68.  $n= 0,019$

69.  $Q = 0,55 \text{ m}^3/\text{s}$

70. mali otvor;  $Q = 20,45 \text{ l/s}$

71.  $h_2 = 1,37 \text{ m}$

72.  $t = 72,6 \text{ s}$

73.  $h_{kr} = 0,61 \text{ m}$ ;  $l_1 = 0,52 \text{ ‰}$ ;  $l_2 = 6,5 \text{ ‰}$

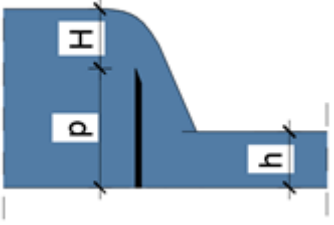
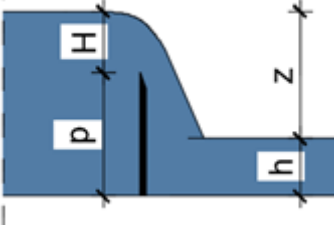
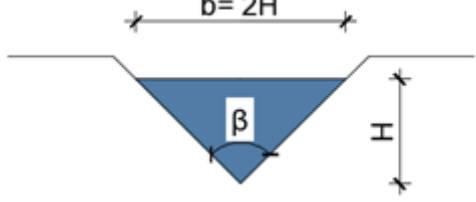
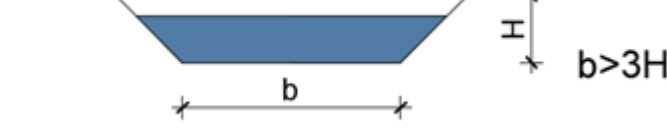
74.  $m_o = 0,518$

75. mali otvor,  $Q = 0,238 \text{ m}^3/\text{s}$

## 5.REPOTITORIJ FORMULA

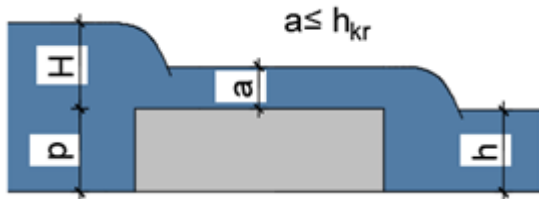
FROUDEOV BROJ	$Fr = \frac{\alpha Q^2 b}{g A^3}$
1. I 2. SPREGNUTA DUBINA	$h_2 = \frac{h_1}{2} \left( -1 + \sqrt{1 + 8Fr_1} \right)$ $h_1 = \frac{h_2}{2} \left( -1 + \sqrt{1 + 8Fr_2} \right)$ $h_1 = \frac{h_2}{2} \left( -1 + \sqrt{1 + 8 \left( \frac{h_{kr}}{h_2} \right)^3} \right)$ $h_2 = \frac{h_1}{2} \left( -1 + \sqrt{1 + 8 \left( \frac{h_{kr}}{h_1} \right)^3} \right)$
ISTJECANJE KROZ MALE OTVORE	$Q = \varphi \varepsilon A \sqrt{2gH} = \mu A \sqrt{2gH}$
ISTJECANJE KROZ VELIKE OTVORE	$Q = \frac{2}{3} \mu b_o \sqrt{2g} (H_2^{3/2} - H_1^{3/2})$

VRIJEME SNIŽENJA RAZINE TEKUĆINE U SPREMNIKU	$t = \frac{2A_1(\sqrt{H_1} - \sqrt{H_2})}{\mu_s A \sqrt{2g}}$
VRIJEME POTPUNOG PRAŽNJENJA SPREMNIKA U ATMOSFERU	$t = \frac{2A_1\sqrt{H_1}}{\mu_s A \sqrt{2g}}$
NEPOTOPLJENO PRELIJEVANJE	$Q = m_o b_p \sqrt{2g} H^{3/2}$ ili $Q = m b_p \sqrt{2g} H_o^{3/2}$
POTOPLJENO PRELIJEVANJE	$Q = \sigma_p m_o b_p \sqrt{2g} H^{3/2}$ ili $Q = \sigma_p m b_p \sqrt{2g} H_o^{3/2}$
POVRŠINA TRAPEZNOG POPREČNOG PRESJEKA	$A = h(b + mh)$
OMOČENI OBOD TRAPEZNOG POPREČNOG PRESJEKA	$O = b + 2h\sqrt{1 + m^2}$
CENTAR SUME TLAKA	$h_c = \frac{I}{Ah_T} + h_T$
KRITIČNA DUBINA KOD STRUJANJA PRAVOKUTNIM POPREČNIM PRESJEKOM	$h_{kr} = \sqrt[3]{\frac{\alpha q^2}{g}}$
MANNINGOVA JEDNADŽBA	$v = \frac{1}{n} R^{2/3} I^{1/2}$

<p>OŠTROBRIDNI PRELJEV-nepotopljeno prelijevanje</p> 	$Q = m_o b \sqrt{2g} H^{3/2}$ $Q = m b \sqrt{2g} H_o^{3/2}$ $m_o = \left( 0,405 + \frac{0,0027}{H} \right) \left[ 1 + 0,55 \left( \frac{H}{H+p} \right)^2 \right]$ <p>0,40 &lt; m &lt; 0,48 ( m=0,42)</p>
<p>OŠTROBRIDNI PRELJEV-potopljeno prelijevanje</p>  <p>Uvjet potopljenosti:  <math>h &gt; p</math>;    <math>z/p &lt; 0,7</math></p>	$Q = \sigma_p m_o b \sqrt{2g} H^{3/2}$ $\sigma_p = 1,05 \left( 1 + 0,2 \frac{H-z}{p} \right) \sqrt[3]{\frac{z}{H}}$
<p>THOMSONOV PRELJEV –nepotopljeno prelijevanje</p> 	$Q = 1,4 H^{5/2}$ $Q = 0,32 \sqrt{2g} H^{5/2}$ <p>za <math>\beta = 90^\circ</math></p>
<p>TRAPEZNI (CHIPOLETTIJEV) PRELJEV-nepotopljeno prelijevanje</p> 	$Q = 1,86 b H^{3/2}$ $Q = 0,42 b \sqrt{2g} H^{3/2}$



PRELJEV SA ŠIROKIM PRAGOM-nepotopljeno prelijevanje



$v_o$ = dolazna brzina

$$Q = mb \sqrt{2g} H_o^{3/2}$$

$$m = \varphi \frac{a}{H_o} \sqrt{1 - \frac{a}{H_o}}$$

$$H_o = H + \frac{v_o^2}{2g}$$

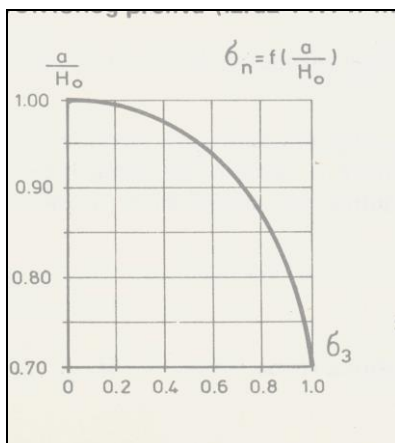
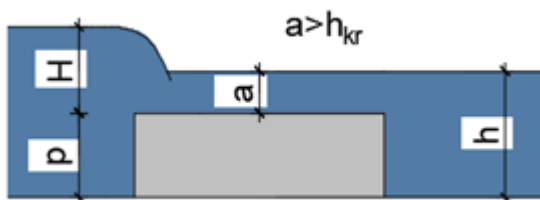
$\varphi=0,85$  ;  $m=0,32$ ;  $a/H_o=0,59$

široki prag s oštrom ivicom

$\varphi=0,92$ ;  $m=0,35$ ;  $a/H_o=0,63$

široki prag sa zaobljenom ivicom

PRELJEV SA ŠIROKIM PRAGOM-potopljeno prelijevanje



Utjecaj donje vode počinje se manifestirati nakon  $a > 0,7H$

$$Q = \varphi ab \sqrt{2g} (H_o - a)$$

$$Q = \sigma_p mb \sqrt{2g} H^{3/2}$$

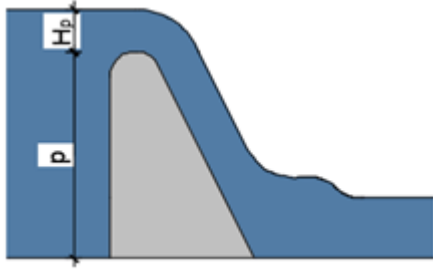
$\sigma_p$ = koef.potopljenosti ( prema Pavlovskom)

CREAGEROV PRELJEV-nepotopljeno prelijevanje

$$Q = mb \sqrt{2g} H_o^{3/2}$$

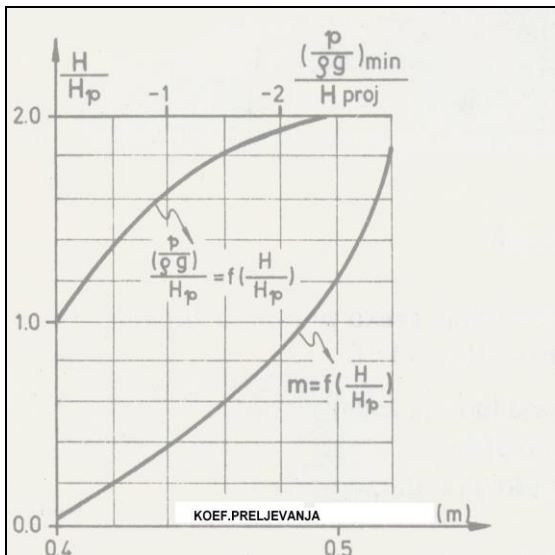
$m=0,49$  za projektiranu visinu prelijevanja  $H_p$

$m=f(H/H_p)$  za  $H/H_p < 1$  – koef. prelijevanja se smanjuje



$m=f(H/H_p)$  za  $H/H_p > 1$  -koef.preljevanja se povećava i javlja se potlak na konturi krune preljeva

Relativne koordinate Creagerovog preljeva



Tablica 11.1

$\frac{X}{H_p}$	$\frac{Y}{H_p}$	$\frac{X}{H_p}$	$\frac{Y}{H_p}$	$\frac{X}{H_p}$	$\frac{Y}{H_p}$
0,0	0,126	0,6	0,060	2,0	1,235
0,1	0,036	0,8	0,146	2,5	1,960
0,2	0,007	1,0	0,256	3,0	2,824
0,3	0,0	1,2	0,394	3,5	3,812
0,4	0,006	1,4	0,564	4,0	4,930
0,5	0,027	1,7	0,873	4,5	6,220

