

# Proračun stabilnosti zidanih lučnih i svođenih konstrukcija

---

**Bošnjak-Klečina, Mirjana; Lozančić, Silva**

*Source / Izvornik:* **Građevinar, 2010, 62, 409 - 421**

**Journal article, Published version**

**Rad u časopisu, Objavljena verzija rada (izdavačev PDF)**

*Permanent link / Trajna poveznica:* <https://um.nsk.hr/um:nbn:hr:133:877392>

*Rights / Prava:* [Attribution 4.0 International](#)/[Imenovanje 4.0 međunarodna](#)

*Download date / Datum preuzimanja:* **2025-02-06**



GRAĐEVINSKI I ARHITEKTONSKI FAKULTET OSIJEK  
Faculty of Civil Engineering and Architecture Osijek

*Repository / Repozitorij:*

[Repository GrAFOS - Repository of Faculty of Civil Engineering and Architecture Osijek](#)



# Proračun stabilnosti zidanih lučnih i svodjenih konstrukcija

Mirjana Bošnjak-Klečina, Silva Lozančić

## Ključne riječi

zidane konstrukcije,  
križni svod,  
bačvasti svod,  
stabilnost konstrukcije,  
stalno opterećenje,  
horizontalno razmicanje  
oslonaca

## Key words

masonry structures,  
cross vault,  
barrel vault,  
structural stability,  
permanent load,  
increase in horizontal  
spacing between supports

## Mots clés

structures en maçonnerie,  
voûte d'arête,  
voûte en berceau,  
stabilité structurale,  
charge permanente,  
écartement horizontal  
des supports

## Ключевые слова

кирпичная конструкция,  
крестообразный свод,  
бочкообразный свод,  
стабильность  
конструкции,  
постоянная нагрузка,  
горизонтальная  
расстановка опор

## Schlüsselworte

gemauerte Konstruktionen,  
Kreuzgewölbe,  
Tonnengewölbe,  
Konstruktionsstabilität,  
ständige Belastung,  
horizontales  
Auseinanderschieben  
der Auflager

M. Bošnjak-Klečina, S. Lozančić

Izvorni znanstveni rad

## Proračun stabilnosti zidanih lučnih i svodjenih konstrukcija

Provedeni su proračuni križnog svoda crkve Sv. Petra i Pavla u Osijeku i katedrale u Đakovu te bačvastog svoda crkve Sv. Filipa i Jakova u Vukovaru. Razmatrana su djelovanja: stalno opterećenje, promjena sustava konstrukcije i horizontalno razmicanje oslonaca. Bila su dva pristupa. U prvom su rezultati proračuna naprežanja. Drugim se određuje model sloma konstrukcije za maksimalnu vrijednost horizontalnog razmicanja oslonaca i minimalno horizontalno ubrzanje tla od potresa.

M. Bošnjak-Klečina, S. Lozančić

Original scientific paper

## Stability analysis for masonry-arch structures and vaulted structures

The authors analyse cross vault of the Sts. Peter and Paul Church in Osijek, cross vault of the Đakovo Cathedral, and barrel vault of the Sts. Philip and Jacob church in Vukovar. The following actions are considered: permanent load, change in structural system, and increase in horizontal spacing between the supports. Two approaches are used. In the first approach, the analysis results in stress values. The second is used to determine the structural failure model for the maximum value of increase in horizontal spacing between supports, and for minimum horizontal acceleration of soil due to seismic action.

M. Bošnjak-Klečina, S. Lozančić

Ouvrage scientifique original

## Analyse de stabilité des structures en arc de maçonnerie et structures voûtées

Les auteurs analysent la voûte d'arête de l'église Sts-Pierre-et-Paul à Osijek, la voûte d'arête de la cathédrale de Đakovo, et la voûte en berceau de l'église Sts-Philippe-et-Jacob à Vukovar. Les actions suivantes sont considérées: charge permanente, changement du système structural, et écartement horizontal des appuis. Deux approches sont utilisées. Dans la première approche, l'analyse résulte en valeurs de contrainte. La deuxième est utilisée pour déterminer le modèle de rupture structurale pour une valeur maximum d'écartement horizontal entre les supports, et pour l'accélération horizontale minimum du sol causée par action sismique.

M. Бошняк-Клечина, С. Лозанчић

Оригинална научна работа

## Расчет стабильности арочных и сводчатых конструкций

Проведены расчеты крестообразного свода церкви Св. Петра и Павла в г. Осиеке, кафедрального собора в г. Дзакове и бочкообразного свода церкви Св. Филиппа и Якова в г. Вуковаре. Рассмотрены следующие воздействия: постоянная нагрузка, изменение системы конструкции и горизонтальная расстановка опор. Использовались два подхода. Первый – с определением результатов расчета напряжения. При втором подходе определялась модель разрушения конструкции при максимальном значении горизонтальной расстановке опор и минимальном горизонтальном ускорении грунта при землетрясении.

M. Bošnjak-Klečina, S. Lozančić

Wissenschaftlicher Originalbeitrag

## Stabilitätsberechnung von gemauerten Bogen- und Gewölbekonstruktionen

Durchgeführt wurden Berechnungen des Kreuzgewölbes der Kirche der Hl. Peter und Paul in Osijek und der Kathedrale in Đakovo, sowie des Tonnengewölbes der Kirche der Hl. Filip und Jakob in Vukovar. Man betrachtete folgende Einwirkungen: ständige Belastung, Änderung des Konstruktionssystems und horizontales Auseinanderschieben der Auflager. Man hatte zwei Zutritte. Im ersten gibt man die Ergebnisse der Spannungsberechnung. Mit dem zweiten definiert man das Modell des Konstruktionsbruchs für den maximalen Wert des horizontalen Auseinanderschiebens der Auflager und die minimale horizontale Bodenbeschleunigung bei Erdbeben.

Autorice: Doc. dr. sc. **Mirjana Bošnjak-Klečina**, dipl. ing. građ.; doc. dr. sc. **Silva Lozančić**, dipl. ing. građ.,  
Građevinski fakultet Sveučilišta J. J. Strossmayera, Osijek

## 1 Uvod

Potreba za sanacijom ili prenamjenom zidanih konstrukcija zahtijeva ispitivanje njihove otpornosti. Ako se monumentalne zidane građevine (poput crkve) pokuša proračunati uobičajenim modernim postupcima, često će se pokazati da građevina nema zahtijevanu otpornost. Uobičajeni postupci proračuna nisu primjereni jer polaze od pretpostavki koje one ne zadovoljavaju (nema krutih stropnih dijafagma koje povezuju zidove, svodeni konstrukcijski elementi unose u zidove horizontalne sile na velikoj visini).

U analizi ovih konstrukcija provedena su dva pristupa. U prvom su rezultat proračuna unutarnje sile (proračun proveden računalnim programom SAP), odnosno naprezanja u konstrukciji. Kritični su presjeci utvrđeni usporedbom veličine naprezanja s poznatim čvrstoćama za takve konstrukcije. Drugi pristup određuje model sloma konstrukcije (proračun proveden programima ArchSpread i ArchTilt [4]) za maksimalnu vrijednost povećanja raspona i minimalno konstantno horizontalno ubrzanje koje uzrokuje slom. Proračunski je model osnovan na načelu slobodne rotacije zgloбно spojenih krutih diskova.

Proveden je proračun triju zidanih svodjenih konstrukcija: križne konstrukcije svodova Crkve sv. Petra i Pavla u Osijeku, katedrale u Đakovu i bačvaste svodene konstrukcije Crkve sv. Filipa i Jakova u Vukovaru.

Analiziran je utjecaj stalnog opterećenja na stanje naprezanja konstrukcije, utjecaj promjene statičkog sustava, kao i utjecaj horizontalnog razmicanja oslonaca na stabilnost konstrukcije. Horizontalnim je razmicanjem oslonaca simulirana posljedica djelovanja potresnog opterećenja.

Za Crkvu sv. Filipa i Jakova analiziran je još i utjecaj promjene geometrijskih izmjera poprečnog presjeka.

### 1.1 Povijesni podaci

#### 1.1.1 Crkva sv. Petra i Pavla u Osijeku

Neogotička Crkva sv. Petra i Pavla (slika 1.) sagrađena je 1898. godine, na poticaj biskupa Strossmayera koji ju je i posvetio 1900. godine.

Sagrađena je na mjestu manje barokne crkve porušene 1894. godine kada je započela i gradnja nove. Ovu najveću župnu crkvu u Hrvatskoj projektirao je njemački arhitekt Franz Langenberg koji je i rukovodio gradnjom do svoje smrti (1895). Gradnju crkve dovršio je arhitekt Richard Jordan.

Sagrađena je u Županijskoj ulici, uz glavni gradski trg. Pročelje je okrenuto prema istoku, a svetište prema zapadu.



Slika 1. Crkva sv. Petra i Pavla

Crkva se sastoji od 3 lađe, ukupne širine 24 m, raspon srednje lađe je 15 m. Najširi dio crkve kod glavnog oltara je 33 m, a ukupna duljina crkve je 69 m. Visina tornja je 90 m.

#### 1.1.2 Đakovačka katedrala

Gradnja je započeta 1866., a crkva je posvećena 1882. godine.

Nacrte za Đakovačku katedralu [3] (slika 2.) izradili su najuvaženiiji graditelji tadašnjeg vremena Karlo Roesner i Fridrich barun Schmidt. Prvi je graditelj izradio građe-



Slika 2. Đakovačka katedrala

vinske nacрте i rukovodio gradnjom do svoje smrti (1869.), a drugi je dao nacрте za ukrase i namještaj i dovršio gradnju crkve. Crkva je građena kombinacijom romaničkog i gotičkog stila.

Sagrađena je uz biskupski dvor sa sjeverne strane, pročelje je okrenuto prema istoku, a svetište prema zapadu.

Zbog podvodnog su terena cijeli sjeverni zid i toranj temeljeni na 395 hrastovih pilota, koji su gore povezani čvrstom željeznom i betonskom konstrukcijom. (Ovo bi mogla biti jedna od prvih primjena armiranoga betona u Slavoniji.)

Crkva se sastoji od 3 lađe, ukupne širine 25,0 m, raspon srednje lađe je 11 m. Najširi dio crkve kod glavnog oltara je 51,5 m, ukupna duljina crkve je 74 m, visina kupole iznad glavnog oltara je iznutra 39,8 m, a izvana 58,5 m. Tornjevi su visoki 84 m.

### 1.1.3 Crkva sv. Filipa i Jakova u Vukovaru

Crkva sv. Filipa i Jakova najstarija je barokna građevina u gradu Vukovaru (slika 3.). Građena je između 1723. – 1732., zajedno s franjevačkim samostanom uz koji je smještena. Zvonik je građen uz glavno pročelje od 1773. – 1774. godine. Svoj konačni izgled crkva dobiva krajem 19. stoljeća kada je produžena prema nacrtima bečkog arhitekta R. Jordana (svetište, pobočne kapele) [3].



Slika 3. Crkva sv. Filipa i Jakova

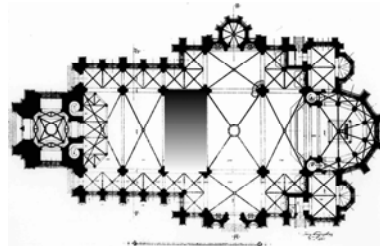
Stari dio crkve čini lađa širine 10,0 m i duljine 27 m te toranj visina kojega je 39 m. Noviji se dio sastoji od 3 lađe, ukupne širine 26 m, raspon srednje lađe je 10 m, a to je ujedno i najširi dio crkve. Ukupna je duljina crkve 60 m.

Tijekom Domovinskoga rata i crkva i samostan teško su oštećeni. Slika 3. prikazuje obnovljenu građevinu.

## 2 Numerička analiza

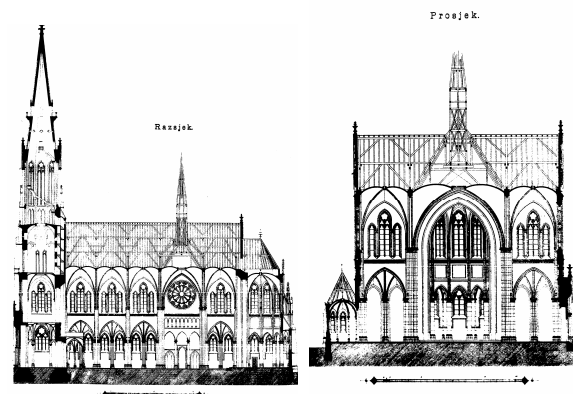
### 2.1 Crkva sv. Petra i Pavla u Osijeku

Proračun je proveden na svodenoj konstrukciji, tipa križnog svoda, od opeke, tlocrtno 15,0x7,5 m. Debljina svodene konstrukcije jest 25 cm. Svodena se konstrukcija oslanja na polukružne lukove zidane od opeke, raspona 15,0 i 7,5 m i poprečnog presjeka 100/50 cm, odnosno 75/90 cm. Dijagonalni su lukovi koji se nalaze na mjestu prodora dvaju polukružnih svodova od kamena, polukružni, raspona 16,8 m, poprečnog presjeka 12/30 cm.



Slika 4. Tlocrt svodova i prikaz analiziranog polja (zasjenjeno polje)

Pregledom konstrukcije utvrđena su na lukovima većeg raspona ojačanja prema petama luka, čime je proračunski raspon lukova smanjen na 10,8 m (luk većeg raspona) i 5,5 m (luk manjeg raspona). Luk većeg raspona je promjenjivoga poprečnog presjeka, u peti je 50/210 cm, a u tjemenu 50/100 cm.



Slika 5. Uzdužni presjek crkve Slika 6. Poprečni presjek crkve



Slika 7. Ekstrados i oslonac svodene konstrukcije

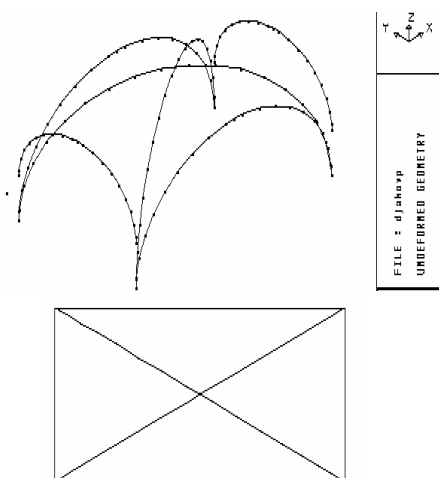
Na slici 7. prikazani su pogled odozgo na ekstrados svodene konstrukcije i pogled na oslonce iz tavanjskog prostora.

Proračunska analiza provedena je za slučaj utjecaja vlastite težine, računanim programima SAP80, MATLAB (Arch-Spread i ArchTilt).

#### Prvi pristup - proračun programom SAP80

Proračunska analiza provedena je za slučaj stalnog opterećenja.

Prva analiza provedena je uz pretpostavku da svih šest lukova (četiri rubna po križnom svodu i dva dijagonalna) ravnomjerno preuzimaju opterećenje. Izrađen je pojednostavnjen prostorni model (slika 8.). Lukovi su modelirani štampnim elementima i opterećeni pripadajućim opterećenjem od svodene konstrukcije i vlastitom težinom.



Slika 8. Proračunski model konstrukcije (prostorno, floert)

Provedene su analize za dva različita statička sustava: upeti luk i trozglobni luk.

Analizom rezultata proračuna, utvrđeni su presjeci sa maksimalnim naprezanjima: peta i tjeme luka i jedan presjek u srednjem dijelu raspona. Naprezanja su proračunana u gornjim ( $\sigma_G$ ) i donjim ( $\sigma_D$ ) rubnim vlakancima svakoga poprečnoga presjeka.

Može se uočiti (tablica 1.) da su kod lukova većeg i manjeg raspona prisutna samo tlačna naprezanja i za

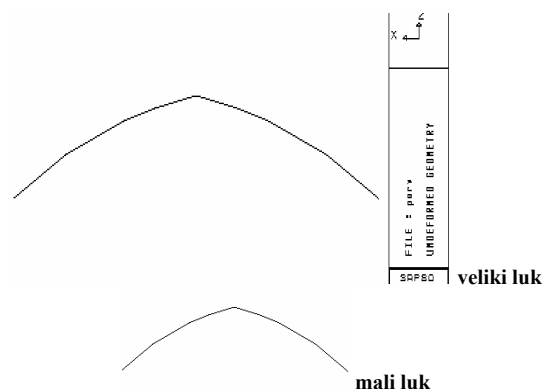
Tablica 1. Normalna naprezanja zbog djelovanja vlastite težine uz pretpostavku nosivosti dijagonalnog luka

| Model  | Normalna naprezanja (MPa) |            |             |            |            |            |
|--|---------------------------|------------|-------------|------------|------------|------------|
|  | Peta                      |            | Srednji dio |            | Tjeme      |            |
|  | $\sigma_G$                | $\sigma_D$ | $\sigma_G$  | $\sigma_D$ | $\sigma_G$ | $\sigma_D$ |
| veći luk-upet  | -0,237                    | -0,047     | -0,085      | -0,189     | -0,346     | -0,062     |
| veći luk-trozgl.   | -0,149                    | -0,149     | -0,020      | -0,272     | -0,220     | -0,220     |
| manji luk-upet   | -0,218                    | -0,020     | -0,095      | -0,085     | -0,025     | -0,123     |
| manji luk-trozgl.  | -0,126                    | -0,126     | -0,038      | -0,158     | -0,083     | -0,083     |
| dijag.luk-upeto  | -5,583                    | +1,083     | -0,944      | -3,166     | -8,611     | +5,61      |
| dijag.luk -trozgl.   | -2,220                    | -2,220     | +5,400      | -11,20     | -1,440     | -1,440     |
| $\sigma_G$ - naprezanja na gornjem rubu poprečnog presjeka   |                           |            |             |            |            |            |
| $\sigma_D$ - naprezanja na donjem rubu poprečnog presjeka tlačna naprezanja označena su predznakom minus |                           |            |             |            |            |            |

slučaj upete konstrukcije i za slučaj trozglobnog luka. Maksimalno je tlačno naprezanje 0,346 MPa.

U dijagonalnom su luku križnog svoda, vlačna naprezanja 5,61 MPa za upeti, a 5,4 MPa za trozglobni luk, dok su tlačna naprezanja 8,61 MPa za upeti luk, a 11,2 MPa za trozglobni. Proračun pokazuje da je odabrani model sklopa neprimjeren.

Druga analiza provedena je uz pretpostavku da opterećenje preuzimaju oslonaki lukovi (rubni po križnom svodu). Analiza je provedena za slučaj upetog luka i trozglobnog luka (proračunski modeli na slici 9.).



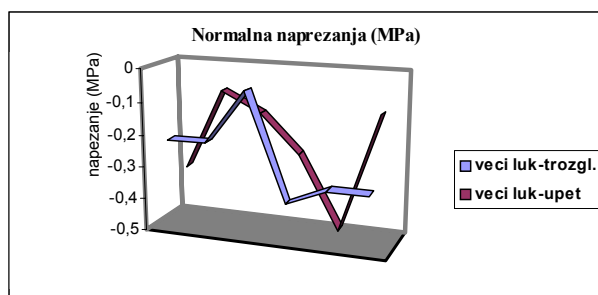
Slika 9. Proračunski model konstrukcije (veliki luk, mali luk)

Analizom rezultata proračuna utvrđeni su presjeci s maksimalnim naprezanjima: peta i tjeme luka i jedan presjek u srednjem dijelu raspona. Naprezanja su proračunana u gornjim ( $\sigma_G$ ) i donjim ( $\sigma_D$ ) rubnim vlakancima svakoga poprečnog presjeka (tablica 2. i slika 10.).

Rezultati analize za opterećenje zbog vlastite težine prikazani su u tablici 2. Vlačnih naprezanja uopće nema. Najveća tlačna naprezanja kod luka većeg raspona kreću se od 0,489 MPa za upeti luk do 0,328 MPa za trozglobni. Kod luka manjeg raspona maksimalna tlačna naprezanja su od 0,319 MPa kod upetog luka do 0,224 MPa kod trozglobnog luka. Usporedba veličina naprezanja za različite statičke sustave (upeti i trozglobni luk), prema tablici 2., dana je na slici 10.

Tablica 2. Normalna naprezanja zbog djelovanja vlastite težine

| Model             | Normalna naprezanja (MPa) |            |             |            |            |            |
|-------------------|---------------------------|------------|-------------|------------|------------|------------|
|                   | Peta                      |            | Srednji dio |            | Tjeme      |            |
|                   | $\sigma_G$                | $\sigma_D$ | $\sigma_G$  | $\sigma_D$ | $\sigma_G$ | $\sigma_D$ |
| veći luk-upet     | -0,337                    | -0,081     | -0,145      | -0,263     | -0,489     | -0,120     |
| veći luk-trozgl.  | -0,218                    | -0,218     | -0,050      | -0,382     | -0,328     | -0,328     |
| manji luk-upet    | -0,319                    | -0,040     | -0,071      | -0,207     | -0,034     | -0,192     |
| manji luk-trozgl. | -0,189                    | -0,189     | -0,076      | -0,224     | -0,126     | -0,126     |



Slika 10. Usporedba veličina naprezanja za različite statičke sustave u istim poprečnim presjecima (tlačna naprezanja označena su predznakom minus)

Tablica 3. Posmična naprezanja u rubnim lukovima zbog djelovanja vlastite težine za slučaj upetoga luka

| MODEL     | POSMIČNA NAPREZANJA |        |       |
|-----------|---------------------|--------|-------|
|           | PET                 | SREDNJ | TJEM  |
| veći luk  | 0,042               | 0,043  | 0,088 |
| manji luk | 0,014               | 0,030  | 0,031 |

Vrijednosti posmičnog naprezanja za statički sustav upetog luka (raspodjela poprečne sile na jedinicu ploštine poprečnog presjeka) kreću se od 0,03 MPa kod manjeg luka do 0,088 MPa kod većeg luka (tablica 3.). Kod trozglobnog luka vrijednosti se razlikuju do 5 % u odnosu prema upetom luka.

Treća analiza uključuje horizontalno razmicanje oslonaca u smjeru luka raspona 15 m (tj. okomito na uzdužnu os crkve). Horizontalni pomaci variraju od 1 cm do 5 cm.

Kod horizontalnog se razmicanja oslonaca velika naprezanja pojavljuju već za pomak od 1 cm, vlačna naprezanja su 4,48 MPa, a tlačna 6,87 MPa.

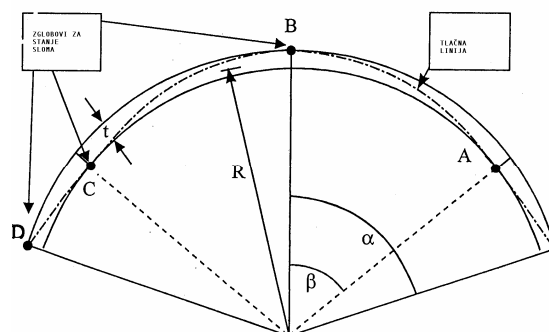
Ako za graničnu tlačnu čvrstoću uzmemo vrijednost  $f_{wc} = 4,00$  MPa (prema literaturi poznata čvrstoća za ovaj tip konstrukcija), tada je već kritično horizontalno razmicanje od 0,5 cm. Za tu veličinu pomaka tlačno je naprezanje 1,63 MPa, a vlačno 0,74 MPa. Ako uzmemo u obzir preraspodjelu naprezanja u poprečnom presjeku, odnosno povećanje tlačnog naprezanja uz tzv. "isključenje vlaka", tada je maksimalno tlačno naprezanje 4,23 MPa.

### Drugi pristup - proračun u MATLAB-u

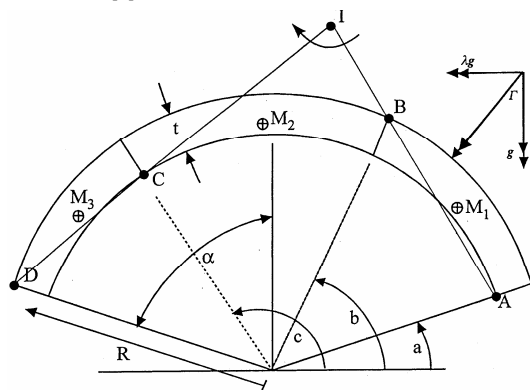
Proračunski je model osnovan na načelu slobodne rotacije zglobno spojenih krutih diskova.

Program *ArchSpred* [4] proračunava kritičnu vrijednost povećanja raspona luka (razmicanje oslonaca) poradi koje dolazi do otvaranja zglobova i do sloma luka. Također određuje i položaje zglobova kod mehanizma sloma. Treba odrediti mjesta otvaranja zglobova na intradosu u slučaju sloma (točke A, C) (slika 11.) Za ovaj izračun pripadajuće vrijednosti momenata tromosti ovih presjeka svedene su na pravokutni poprečni presjek širine 1,0 m i odgovarajuće debljine  $t$ .

Proračun se provodi za različite veličine segmenata luka, vrijednosti su dane u stupnjevima u odnosu na središte zakrivljenosti. Veličina segmenta određuje broj i veličinu krutih diskova na koje je podijeljen analizirani luk.



Slika 11. Položaj zglobova za stanje sloma kod pomicanja oslonaca [4]



Slika 12. Položaj zglobova za stanje sloma zbog djelovanja horizontalnog ubrzanja [4]

Program *ArchTilt* [4] određuje minimalno konstantno horizontalno ubrzanje tla (potresno opterećenje) koje uzrokuje slom konstrukcije  $\lambda_{min}$  ( $\lambda$  odgovara koeficijentu  $\alpha = a/g$  prema ENV 1998-1-1:2001). Također određuje i položaje zglobova  $a$ ,  $b$ ,  $c$  kod mehanizma sloma (slika 12.).

#### Proračun programom *ArchSpread*

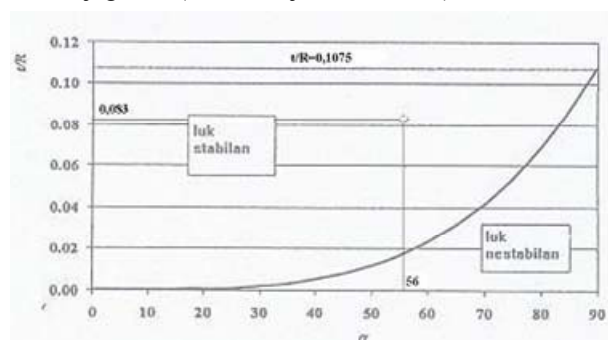
Proračun je proveden za luk većeg raspona, za tri različite veličine segmenata luka (vrijednosti dane u stupnjima). Veličina segmenta određuje broj i veličinu krutih diskova na koje je podijeljen analizirani luk. Kod ovoga je luka za veličinu segmenta od  $1^\circ$  ukupan broj diskova je 112, za veličinu segmenta od  $5^\circ$  ukupan je broj diskova 22, a za veličinu segmenta od  $10^\circ$  ukupan je broj diskova 11.

Rezultati proračuna prikazani su u tablici 4. Položaj zglobova na intradosu u slučaju sloma označen je sa  $\beta_u$ , a kritično povećanje raspona (razmicanje ležaja) sa  $\Delta l$ . Ulazni su podaci  $t/R = 0,79/9,50 = 0,083$  i kut  $\alpha = 56^\circ$ .

Tablica 4. Kritično povećanje raspona većeg luka (razmicanje ležaja) ovisno o veličini segmenta

| vel. segmenta  | $1^\circ$  | $5^\circ$  | $10^\circ$ |
|----------------|------------|------------|------------|
| kut $\beta_u$  | $39^\circ$ | $35^\circ$ | $40^\circ$ |
| $\Delta l$ (%) | 6,50       | 6,96       | 7,41       |

Proračun pokazuje da kritično povećanje raspona (razmicanje ležaja) ovisi o veličini segmenta i kreće se od 6,50 % za segment veličine  $1^\circ$  do 7,41 % za segment veličine  $10^\circ$ . Slika 13. prikazuje minimalnu potrebnu debljinu luka za različiti pripadajući kut  $\alpha$  - polovica središnjeg kuta (kut  $\alpha$  vidljiv na slici 11.).



Slika 13. Minimalno potrebna debljina luka za različiti pripadajući kut  $\alpha$  (kod ovog svoda kut  $\alpha = 56^\circ$ ;  $t/R = 0,083$ )

#### Proračun programom *ArchTilt*

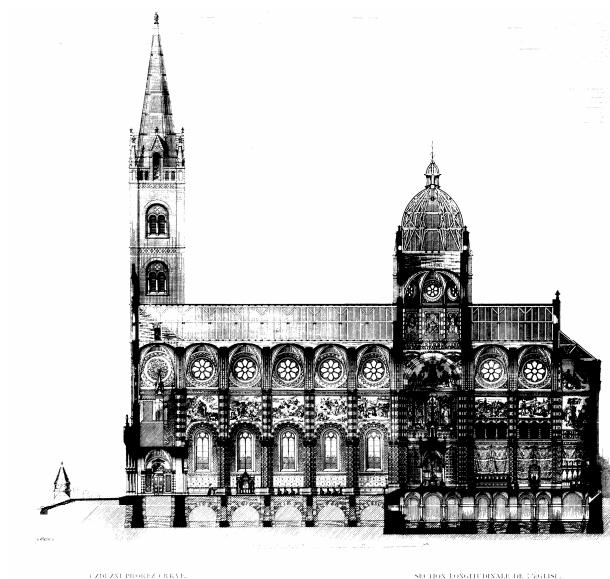
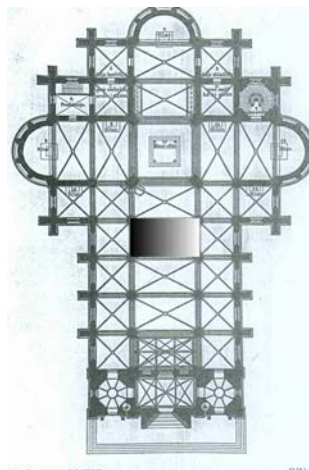
Rezultati proračuna prikazani su u tablici 5. Položaj zglobova na intradosu u slučaju sloma označen je sa  $a$ ,  $b$ ,  $c$  (vidljivo na slici 12.), a minimalno konstantno horizontalno ubrzanje tla koje uzrokuje slom konstrukcije sa  $\lambda_{min}$ . ( $\lambda$  odgovara koeficijentu  $\alpha = a/g$  prema [8]).

Tablica 5. Položaj zglobova za slučaj sloma;  $\lambda_{min}$

| kut $a$    | kut $b$    | kut $c$     | $\lambda_{min}$ |
|------------|------------|-------------|-----------------|
| $34^\circ$ | $66^\circ$ | $114^\circ$ | 0,59            |

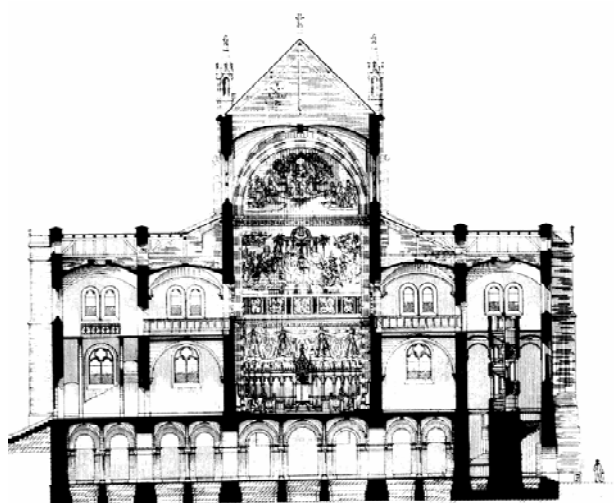
#### 2.2 Đakovačka katedrala

Geometrija svodova, odnosno lukova na koje se oslanjaju, rekonstruirana je na temelju podataka dobivenih s fotografija (slike 14. i 15.).



Slika 14. Tlocrt katedrale – gore, uzdužni presjek - dolje i prikaz analiziranog polja (zasjenjeno)

Proračun je proveden na svodenoj konstrukciji, tipa križnog svoda, od opeke, tlocrtno 11,0x6,6 m. Debljina svodene konstrukcije je 15 cm. Svodena se konstrukcija oslanja na polukružne lukove, raspona 11,0 i 6,6 m i poprečnog presjeka 100/90 cm, odnosno 75/90 cm. Rebra koja se nalaze na mjestu prodora dvaju polukružnih svodova su polukružna, raspona 12,8 m. Poprečni je presjek rebra 30/30 cm.



Slika 15. Poprečni presjek katedrale

Snimanjem stvarnog stanja svodene stropne konstrukcije Đakovačke katedrale utvrđeno je da je svod sagrađen od opeke, debljine 15 cm (slika 16. prikazuje pogled na ekstrados svodene konstrukcije i na oslonce) i da su svi prateći lukovi također sagrađeni od opeke.



Slika 16. Ekstrados i oslonac svodene konstrukcije

Uz oslonce su lukovi ojačani tako da se dio opterećenja prenosi izravno na stupove, a proračunski raspon lukova je manji od onoga koji je vidljiv u nacrtima (slika 16.). Svodena konstrukcija oslanja se na polukružne lukove raspona 6,6 i 3,8 m i poprečnog presjeka 100/90 cm, odnosno 75/90 cm.

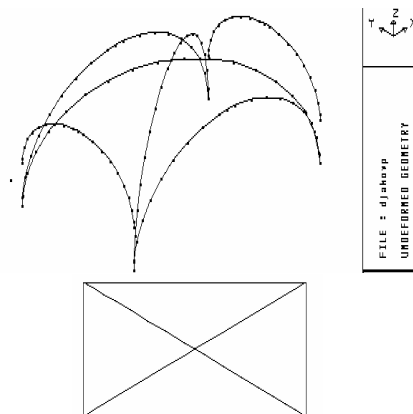
Proračunska je analiza provedena za slučaj utjecaja vlastite težine, računalnim programima SAP80, MATLAB (ArchSpread i ArchTilt).

#### Prvi pristup-proračun programom SAP80

Proračunska je analiza provedena za slučaj stalnog opterećenja.

Prva analiza provedena je uz pretpostavku da svih šest lukova (četiri rubna po križnom svodu i dva dijagonalna) ravnomjerno preuzimaju opterećenje. Izrađen je pojednostavnjen prostorni model (slika 17.). Lukovi su modelirani štapnim elementima i opterećeni pripadajućim opterećenjem od svodene konstrukcije i vlastitom težinom.

Provedene su analize za dva različita statička sustava: upeti luk i troglobni luk.



Slika 17. Proračunski model konstrukcije (prostorno, tlocrt)

Analizom rezultata proračuna utvrđeni su presjeci s maksimalnim naprezanjima: peta i tjeme luka i jedan presjek u srednjem dijelu raspona. Naprezanja su izračunana u gornjim ( $\sigma_G$ ) i donjim ( $\sigma_D$ ) rubnim vlakancima svakoga poprečnog presjeka.

Kod luka većeg raspona može se uočiti (tablica 6.) prisutnost vlačnih naprezanja od 0,40 MPa (za slučaj upe-

Tablica 6. Normalna naprezanja zbog djelovanja vlastite težine uz pretpostavku nosivosti dijagonalnog luka

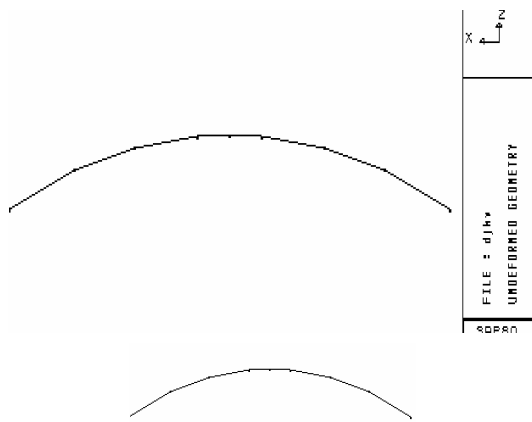
| Model  | Normalna naprezanja (MPa) |            |             |            |            |            |
|--|---------------------------|------------|-------------|------------|------------|------------|
|  | Peta                      |            | Srednji dio |            | Tjeme      |            |
|  | $\sigma_G$                | $\sigma_D$ | $\sigma_G$  | $\sigma_D$ | $\sigma_G$ | $\sigma_D$ |
| veći luk-upet  | -0,884                    | +0,404     | +0,159      | -0,581     | -0,480     | +0,260     |
| veći luk-trozgl.   | -0,240                    | -0,240     | -1,074      | +0,659     | -0,689     | -0,689     |
| manji luk-upet   | -0,322                    | +0,034     | 0,000       | -0,276     | -0,225     | +0,100     |
| manji luk-trozgl.  | -0,145                    | -0,145     | -0,452      | +0,180     | -0,062     | -0,062     |
| dijag.luk -upeto   | -7,400                    | +6,340     | +3,023      | -4,090     | -2,944     | +2,344     |
| dijag.luk -trozgl.   | -0,530                    | -0,530     | -8,520      | +7,500     | -0,266     | -0,266     |
| $\sigma_G$ - naprezanja na gornjem rubu poprečnog presjeka   |                           |            |             |            |            |            |
| $\sigma_G$ - naprezanja na donjem rubu poprečnog presjeka tlačna naprezanja označena su predznakom minus |                           |            |             |            |            |            |



toga statičkog sustava) odnosno 0,66 MPa (za slučaj trozglobnog luka). Maksimalna se tlačna naprezanja kreću od 0,88 MPa kod upetog luka do 1,07 MPa kod trozglobnog luka.

U dijagonalnom luku križnog svoda veoma su velika, i vlačna naprezanja (6,34 MPa za upeti, a 7,5 MPa za trozglobni) i tlačna (7,40 MPa za upeti, a 8,52 MPa za trozglobni). Proračun pokazuje da je odabrani model sklopa neprimjeren.

Druga analiza provedena je uz pretpostavku da opterećenje preuzimaju oslonачki lukovi (rubni po križnom svodu). Analiza je provedena za dva različita statička sustava: upeti luk i trozglobni luk.



Slika 18. Proračunski model konstrukcije (veliki luk, mali luk)

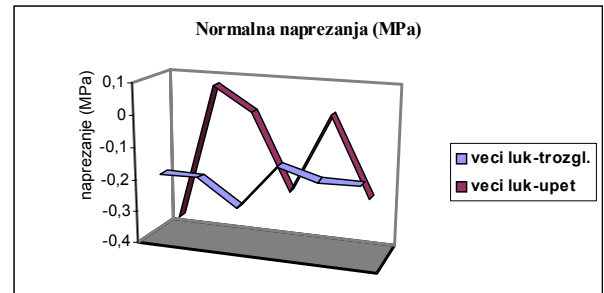
Analizom rezultata proračuna utvrđeni su presjeci s maksimalnim naprezanjima: peta i tjeme luka i jedan presjek u srednjem dijelu raspona. Naprezanja su izračunana u gornjim ( $\sigma_G$ ) i donjim ( $\sigma_D$ ) rubnim vlakancima svakoga poprečnoga presjeka (tablica 7. i slika 19.).

Rezultati analize za opterećenje zbog vlastite težine prikazani su u tablici 7. Kod luka većeg raspona može se uočiti prisutnost vlačnih naprezanja od 0,077 MPa (za slučaj upetog luka – ako uzmemo u obzir preraspodjelu naprezanja u poprečnom presjeku, odnosno povećanje tlačnog naprezanja uz „isključenje vlaka“, maksimalno će se tlačno naprezanje neznatno povećati), dok se kod trozglobnog luka javljaju samo tlačna naprezanja. Najveća tlačna naprezanja kreću se od 0,363 MPa kod upe-

Tablica 7. Normalna naprezanja zbog djelovanja vlastite težine

| Model            | Normalna naprezanja (MPa) |            |             |            |            |            |
|------------------|---------------------------|------------|-------------|------------|------------|------------|
|                  | Peta                      |            | Srednji dio |            | Tjeme      |            |
|                  | $\sigma_G$                | $\sigma_D$ | $\sigma_G$  | $\sigma_D$ | $\sigma_G$ | $\sigma_D$ |
| veći luk-upet    | -0,363                    | +0,077     | +0,003      | -0,239     | +0,008     | -0,234     |
| veći luk-trozgl. | -0,184                    | -0,184     | -0,265      | -0,126     | -0,161     | -0,161     |
| manji luk-upet   | -0,194                    | -0,045     | -0,041      | -0,087     | -0,014     | -0,124     |
| manji luk-       | -0,116                    | -0,116     | -0,123      | -0,093     | -0,102     | -0,102     |

tog luka do 0,265 MPa kod trozglobnog luka. Kod luka manjeg raspona naprezanja su samo tlačna i kreću se od 0,194 MPa kod upetog luka do 0,123 MPa kod trozglobnog luka. Usporedba veličina naprezanja za različite statičke sustave (upeti i trozglobni luk), prema tablici 7., dana je na slici 19.



Slika 19. Usporedba veličina naprezanja za različite statičke sustave u istim poprečnim presjecima (tlačna naprezanja označena su predznakom minus)

Vrijednosti posmičnog naprezanja za statički sustav upetog luka, tablica 8. (raspodjela poprečne sile na jedinicu ploštine poprečnoga presjeka) kreću se od 0,008 MPa kod manjeg luka do 0,031 MPa kod većeg luka. Kod trozglobnog se luka vrijednosti razlikuju do 5 % u odnosu prema upetomu luku.

Tablica 8. Posmična naprezanja u rubnim lukovima zbog djelovanja vlastite težine za slučaj upetoga luka

| Model     | Posmična naprezanja (MPa) |         |       |
|-----------|---------------------------|---------|-------|
|           | Peta                      | Sredina | Tjeme |
| veći luk  | 0,031                     | 0,031   | 0,012 |
| manji luk | 0,027                     | 0,025   | 0,008 |

Treća analiza uključuje horizontalno razmicanje oslonca u smjeru luka većeg raspona (tj. okomito na uzdužnu os crkve). Horizontalni pomaci variraju od 1 do 5 cm.

Kod horizontalnog se razmicanja oslonca velika naprezanja pojavljuju već za pomak od 1 cm, vlačna naprezanja su 4,48 MPa, a tlačna 6,87 MPa.

Ako za graničnu tlačnu čvrstoću uzmemo vrijednost  $f_{wc} = 4,00$  MPa, tada je kritičan horizontalni pomak 0,7 cm. Za tu je veličinu pomaka tlačno naprezanje 3,06 MPa, a vlačno 1,12 MPa. Ako uzmemo u obzir preraspodjelu naprezanja u poprečnom presjeku, odnosno povećanje

tlačnog naprezanja, tada je maksimalno tlačno naprezanje 4,49 MPa.

Drugi pristup-proračun u MATLAB-u Pri proračunu ovog svoda pojavljuje se problem jer su programi ograničeni i ne mogu

se uporabiti za vrijednost  $t/R$  veću od 0,1095. Za ovaj svod  $t/R = 0,9/6,0 = 0,15$ , tako da je provedena analiza za vrijednost  $t/R = 0,1095$ .

#### Proračun programom ArchSpread

Proračun je proveden za tri različite veličine segmenata većeg luka (vrijednosti dane u stupnjevima). Kod ovog je luka za veličinu segmenta od  $1^\circ$  ukupan broj diskova 74, za veličinu segmenta od  $5^\circ$  ukupan je broj diskova 15, a za veličinu segmenta od  $10^\circ$  ukupan je broj diskova 7.

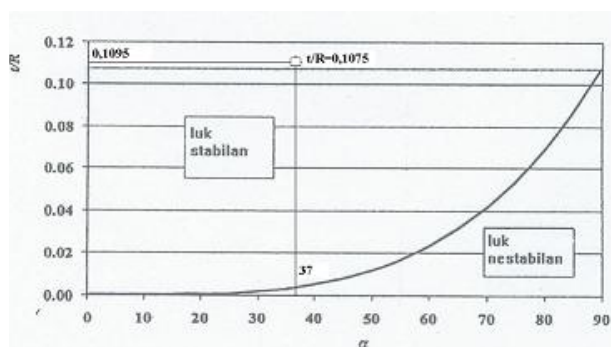
Rezultati proračuna prikazani su u tablici 9. Položaj zglobova na intradosu u slučaju sloma označen je sa  $\beta_u$ , a kritično povećanje raspona (razmicanje ležaja) sa  $\Delta l$ .

Tablica 9. Kritično povećanje raspona većeg luka (razmicanje ležajeva) ovisno o veličini segmenta

| vel. segmenta  | $1^\circ$  | $5^\circ$  | $10^\circ$ |
|----------------|------------|------------|------------|
| kut $\beta_u$  | $34^\circ$ | $30^\circ$ | $30^\circ$ |
| $\Delta l$ (%) | 11,71      | 11,46      | 9,78       |

Proračun pokazuje da kritično povećanje raspona (razmicanje ležaja) ovisi o veličini segmenta i kreće se od 11,71 % za segment veličine  $1^\circ$  do 9,78 % za segment veličine  $10^\circ$ .

Slika 20. prikazuje minimalnu potrebnu debljinu luka za različiti pripadajući kut  $\alpha$  - polovica središnjeg kuta.



Slika 20. Minimalno potrebna debljina luka za različiti pripadajući kut  $\alpha$  (kod ovog svoda kut  $\alpha = 37^\circ$ ;  $t/R = 0,1095$ )

#### Proračun programom ArchTilt

Rezultati proračuna prikazani su u tablici 10. Položaj zglobova na intradosu u slučaju sloma označen je sa  $a$ ,  $b$ ,  $c$  (vidljivo na slici 12.), a minimalno konstantno horizontalno ubrzanje tla koje uzrokuje slom konstrukcije sa  $\lambda_{min}$ . ( $\lambda$  odgovara koeficijentu  $\alpha = a/g$  prema [8]).

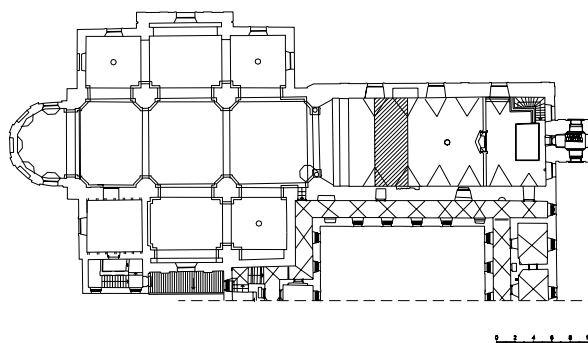
Tablica 10. Položaj zglobova za slučaj sloma;  $\lambda_{min}$

| kut $a$    | kut $b$    | kut $c$    | $\lambda_{min}$ |
|------------|------------|------------|-----------------|
| $53^\circ$ | $59^\circ$ | $95^\circ$ | 3,15            |

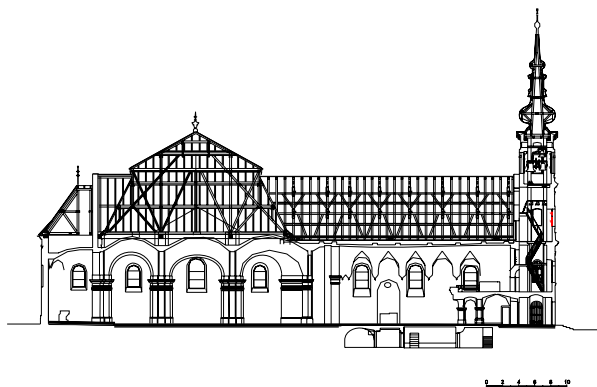
### 2.3 Crkva sv. Filipa i Jakova u Vukovaru

Bačvasta svodena konstrukcija nalazi se u starom dijelu Crkve sv. Filipa i Jakova. Njezin raspon je 10,0 m, a strelica 3,1 m, debljina svoda 30 cm. Svod je zidan opekom i oslanja se na nosive zidove. Na mjestima između susvodnica (koje se nalaze na pravilnom razmaku: osno 3,5 m) svod ima ojačanje duž cijelog raspona visine 20 cm širine 60 cm.

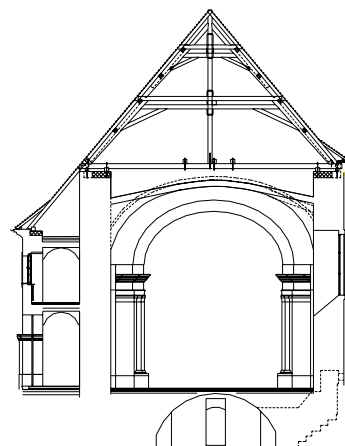
Na slici 21. prikazan je tlocrt prizemlja, na slici 22. uzdužni presjek, a na slici 23. poprečni presjek crkve.



Slika 21. Tlocrt prizemlja (analizirano zasjenjeno polje)



Slika 22. Uzdužni presjek

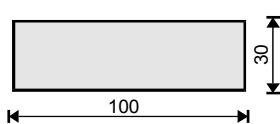


Slika 23. Poprečni presjek

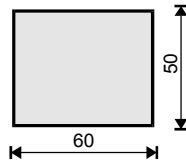
Proračunska analiza provedena je računalnim programima SAP80, MATLAB (ArchSpread i ArchTilt) i RING.

*Prvi pristup-proračun programom SAP80*

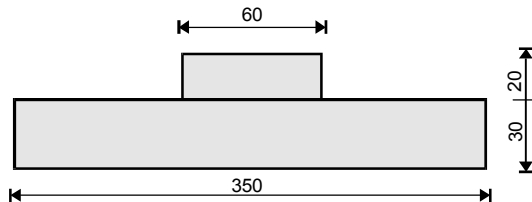
Proračunska analiza provedena je za slučaj stalnog opterećenja. Provedene su tri analize za različite oblike poprečnih presjeka svodene konstrukcije: svod debljine 30 cm i njegove sudjelujuće širine 100 cm; zbog ojačanja svoda na mjestima između susvodnica (luk 60/50 cm) tretiran je kao luk tih dimenzija, a u trećem slučaju poprečni se presjek svoda tretira kao T presjek (60/50 cm i ukupne sudjelujuće širine 3,5 m – koji odgovara razmaku susvodnica). Slika 24. prikazuje analizirane poprečne presjeke.



Presjek 1



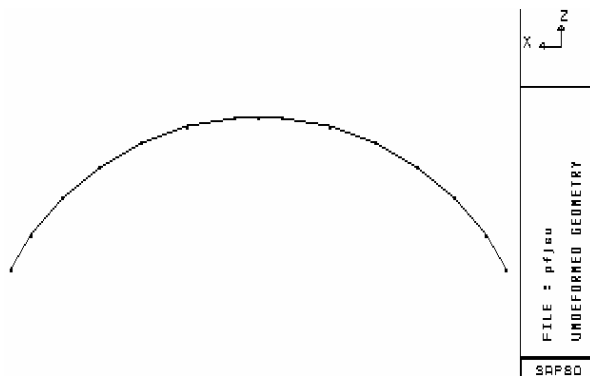
Presjek 2



Presjek 3

Slika 24. Analizirani poprečni presjeci (cm)

Lukovi su modelirani štapnim elementima. Proračunski model konstrukcije prikazan je na slici 25. Provedene su analize za dva različita statička sustava: upeti luk i trozglobni luk.



Slika 25. Proračunski model konstrukcije

Tablica 11. Normalna naprezanja zbog djelovanja vlastite težine za presjek  $b/h = 100/30$  cm (presjek 1 na slici 24.)

| MODEL          | Normalna naprezanja (MPa) |            |             |            |            |            |
|----------------|---------------------------|------------|-------------|------------|------------|------------|
|                | PETA                      |            | SREDNJI DIO |            | TJEME      |            |
|                | $\sigma_G$                | $\sigma_D$ | $\sigma_G$  | $\sigma_D$ | $\sigma_G$ | $\sigma_D$ |
| luk-upet       | +0,126                    | -          | -0,110      | -0,110     | +0,04      | -0,197     |
| luk-trozglobni | -0,118                    | -          | -0,450      | +0,230     | -0,073     | -0,073     |

$\sigma_G$  - naprezanja na gornjem rubu poprečnog presjeka  
 $\sigma_D$  - naprezanja na donjem rubu poprečnog presjeka tlačna naprezanja označena su predznakom minus

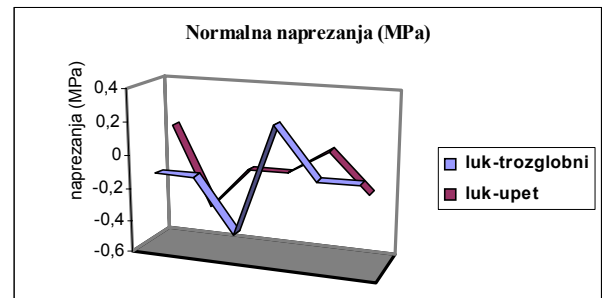
Tablica 12. Normalna naprezanja zbog djelovanja vlastite težine za presjek  $b/h = 60/50$  cm (presjek 2 na slici 24.)

| MODEL          | NORMALNA NAPREZANJA (MPa) |            |             |            |            |            |
|----------------|---------------------------|------------|-------------|------------|------------|------------|
|                | PETA                      |            | SREDNJI DIO |            | TJEME      |            |
|                | $\sigma_G$                | $\sigma_D$ | $\sigma_G$  | $\sigma_D$ | $\sigma_G$ | $\sigma_D$ |
| luk-upet       | +0,028                    | -          | -0,110      | -0,110     | -0,046     | -0,150     |
| luk-trozglobni | -0,118                    | -          | -0,314      | +0,094     | -0,073     | -0,073     |

$\sigma_G$  - naprezanja na gornjem rubu poprečnog presjeka  
 $\sigma_D$  - naprezanja na donjem rubu poprečnog presjeka tlačna naprezanja označena su predznakom minus

Analizom rezultata proračuna utvrđeni su presjeci s maksimalnim naprežanjem: peta i tjeme svoda i jedan presjek u srednjem dijelu raspona. Naprežanja su izračunana u gornjim ( $\sigma_G$ ) i donjim ( $\sigma_D$ ) rubnim vlakancima svakoga poprečnoga presjeka, (tablica 11., slika 26.).

Kod *prve analize* svoda debljine 30 cm, tablica 11., može se uočiti prisutnost vlačnih naprežanja od 0,126 MPa (za slučaj upetoga statičkog sustava), odnosno 0,23 MPa (za slučaj trozglobnog luka). Maksimalna tlačna naprežanja kreću se od 0,366 MPa kod upetog luka do 0,45



Slika 26. Usporedba veličina naprežanja za različite statičke sustave u istim poprečnim presjecima, (tlačna naprežanja označena su predznakom minus)

MPa kod trozglobnog luka. Usporedba veličina naprezanja za različite statičke sustave (upeti i trozglobni luk), prema tablici 11., dana je na slici 26. Kod ovog se presjeka ne može isključiti „vlačna zona“ jer uzdužna sila djeluje na rubu poprečnog presjeka.

Kod *druge analize* ojačanog svoda 60/50 cm, tablica 12., može se uočiti prisutnost vlačnih naprezanja od 0,028 MPa (za slučaj upetoga statičkog sustava) odnosno 0,094 MPa (za slučaj trozglobnog luka). Maksimalna tlačna naprezanja kreću se od 0,268 MPa kod upetog luka do 0,314 MPa kod trozglobnog luka. Ako isključimo „vlačnu zonu“, preraspodjelom naprezanja tlačna će se naprezanja povećati na maksimalno 0,366 MPa.

Kod *treće analize* koja tretira svod kao T presjek, tablica 13., može se uočiti prisutnost vlačnih naprezanja od 0,181 MPa (za slučaj upetoga statičkog sustava), odnosno 0,108 MPa (za slučaj trozglobnog luka). Maksimalna tlačna naprezanja kreću se od 0,285 MPa kod upetog luka do 0,458 MPa kod trozglobnog luka. Ako isključimo „vlačnu zonu“, preraspodjelom naprezanja tlačna će se naprezanja povećati na maksimalno 0,523 MPa.

Tablica 13. Normalna naprezanja zbog djelovanja vlastite težine za presjek **T**  
 $b/h/b'/h'=350/60//30/20$  cm (presjek 3 na slici 24.)

| Model          | Normalna naprezanja (MPa) |            |             |            |            |            |
|----------------|---------------------------|------------|-------------|------------|------------|------------|
|                | Peta                      |            | Srednji dio |            | Tjeme      |            |
|                | $\sigma_G$                | $\sigma_D$ | $\sigma_G$  | $\sigma_D$ | $\sigma_G$ | $\sigma_D$ |
| luk-upet       | +0,181                    | -          | -0,268      | -0,002     | +0,07      | -0,158     |
| luk-trozglobni | -0,116                    | -0,116     | -0,458      | +0,108     | -0,073     | -0,073     |

$\sigma_G$  - naprezanja na gornjem rubu poprečnog presjeka  
 $\sigma_D$  - naprezanja na donjem rubu poprečnog presjeka tlačna naprezanja označena su predznakom minus

Vrijednosti posmičnog naprezanja za statički sustav upetog luka, tablica 14., (raspodjela poprečne sile na jedinici ploštine poprečnog presjeka) kreću se od 0,005 MPa do 0,02 MPa. Kod trozglobnog luka vrijednosti se razlikuju od 4 % do 6 % u odnosu prema upetom luku.

Tablica 14. Posmična naprezanja zbog djelovanja vlastite težine, za upeti luk, u presjeku 1, 2 i 3 (presjeci dani na slici 24.)

| Model      | Posmična naprezanja (MPa) |         |       |
|------------|---------------------------|---------|-------|
|            | Peta                      | Sredina | Tjeme |
| presjek 1. | 0,02                      | 0,007   | 0,005 |
| presjek 2. | 0,02                      | 0,007   | 0,005 |
| presjek 3. | 0,02                      | 0,005   | 0,005 |

#### Drugi pristup

##### Proračun u MATLAB-u

U MATLAB-u su provedene tri analize: za slučaj svoda debljine 30 cm i njegove sudjelujuće širine 100 cm; zbog ojačanja svoda na mjestima između susvodnica

(luk 60/50 cm) tretiran je kao luk tih dimenzija, a u trećoj analizi poprečni presjek svoda tretira se kao T presjek (60/50 cm i ukupne sudjelujuće širine 3,5 m – koji odgovara razmaku susvodnica).

Geometrijski su parametri koji ulaze u ovaj proračun  $t/R$ , odnosno omjer debljine svoda i njegova polumjera zakrivljenosti. Da bismo mogli usporediti tri različita poprečna presjeka, pripadajuće vrijednosti njihovih momenata tromosti svedene su na pravokutni poprečni presjek širine 100 cm (analizirana širina svoda je 1 m) i odgovarajuće debljine  $t$ . Za presjek 1 debljina svoda je  $t = 0,30$  m, za presjek 2 proračunana debljina je  $t = 0,42$  m, a za presjek 3 debljina je  $t = 0,56$  m.

##### Proračun programom ArchSpread

Proračun je proveden za tri različite veličine segmenata luka (vrijednosti dane u stupnjevima). Kod ovog je luka za veličinu segmenta od  $1^\circ$  ukupan broj diskova 126, za veličinu segmenta od  $5^\circ$  ukupan broj diskova je 25, a za veličinu segmenta od  $10^\circ$  ukupan broj diskova je 12.

Rezultati proračuna prikazani su u tablicama 15., 16. i

17. Položaj zglobova na intradosu u slučaju sloma označen je sa  $\beta_u$ , a kritično povećanje raspona (razmicanje ležaja) sa  $\Delta l$ . Ulazni su podaci  $t/R = 0,30/5,60 = 0,054$ , i kut  $\alpha = 63,20^\circ$  za poprečni presjek 100/30 cm,  $t/r = 0,42/5,60 = 0,075$  i kut  $\alpha = 63,20^\circ$  za poprečni

presjek 60/50 cm i  $t/R = 0,56/5,60 = 0,1$  i kut  $\alpha = 63,20^\circ$  za T presjek.

Tablica 15. Kritično povećanje raspona (razmicanje ležaja) za poprečni presjek 100/30 cm (presjek 1)

| vel. segmenta  | $1^\circ$  | $5^\circ$  | $10^\circ$ |
|----------------|------------|------------|------------|
| kut $\beta_u$  | $42^\circ$ | $40^\circ$ | $40^\circ$ |
| $\Delta l$ (%) | 2,81       | 3,06       | 3,63       |

Tablica 16. Kritično povećanje raspona (razmicanje ležaja) za poprečni presjek 60/50 cm (presjek 2)

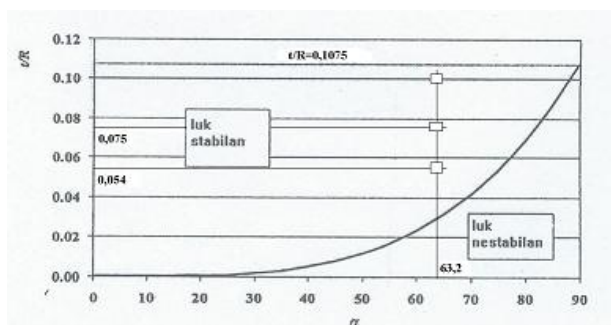
| vel. segmenta  | $1^\circ$ | $5^\circ$ | $10^\circ$ |
|----------------|-----------|-----------|------------|
| kut $\beta_u$  | 43        | 40        | 40         |
| $\Delta l$ (%) | 5,08      | 5,55      | 5,63       |

Tablica 17. Kritično povećanje raspona (razmicanje ležaja) za poprečni T presjek (presjek 3)

| vel. segmenta  | $1^\circ$ | $5^\circ$ | $10^\circ$ |
|----------------|-----------|-----------|------------|
| kut $\beta_u$  | 43        | 40        | 40         |
| $\Delta l$ (%) | 7,72      | 8,28      | 9,00       |

Proračun pokazuje da kritično povećanje raspona (razmicanje ležaja) ovisi o poprečnom presjeku i o veličini segmenta. Za poprečni presjek 100/30 cm kreće se od 2,81 % do 3,63 %, za presjek 60/50 cm 5,08 % do 5,63 %, a za T presjek 7,72 % do 9,00 %.

Slika 27. prikazuje minimalnu potrebnu debljinu luka za različiti pripadajući kut  $\alpha$  - polovica središnjeg kuta (vidljivo na slici 11.).



Slika 27. Minimalno potrebna debljina luka za različiti pripadajući kut  $\alpha$  (kod ovog svoda kut  $\alpha = 63,2^\circ$ ;  $t/R = 0,54$ ;  $t/R = 0,075$ ;  $t/R = 0,10$ )

Proračun programom ArchTilt

Rezultati proračuna prikazani su u tablici 18. Položaj zglobova na intradosu u slučaju sloma označen je sa  $a$ ,  $b$ ,  $c$  (vidljivo na slici 12.), a minimalno konstantno horizontalno ubrzanje tla koje uzrokuje slom konstrukcije sa  $\lambda_{min}$ . ( $\lambda$  odgovara koeficijentu  $\alpha = a/g$  prema ENV 1998-1-1:2001).

Tablica 18. Položaj zglobova za slučaj sloma (popr. presjeci na slici 24.);  $\lambda_{min}$

| Popr. presjek (cm) | 100/30 | 60/50  | T-presjek |
|--------------------|--------|--------|-----------|
| kut $a$            | 30,8°  | 26,8°  | 26,8°     |
| kut $b$            | 78,8°  | 70,8°  | 66,8°     |
| kut $c$            | 124,8° | 122,8° | 118,8°    |
| $\lambda_{min}$    | 0,211  | 0,34   | 0,487     |

Proračun pokazuje da veličina minimalnoga konstantnog ubrzanja zavisi od poprečnog presjeka.

### 3 Analiza rezultata proračuna

Rezultati proračuna prema prvom pristupu (program SAP80), u kojem je proračunski model osnovan na načelima "klasične" otpornosti materijala, pokazuju da su poradi djelovanja stalnog (vertikalnog) opterećenja u svođenoj konstrukciji uglavnom prisutna tlačna naprezanja koja su manja od uobičajenih graničnih vrijednosti (granična tlačna čvrstoća  $f_{wc} = 4,00$  MPa). U poprečnim presjecima gdje se javljaju vlačna naprezanja, ako isključimo "vlačnu zonu" tlačna će se naprezanja neznatno

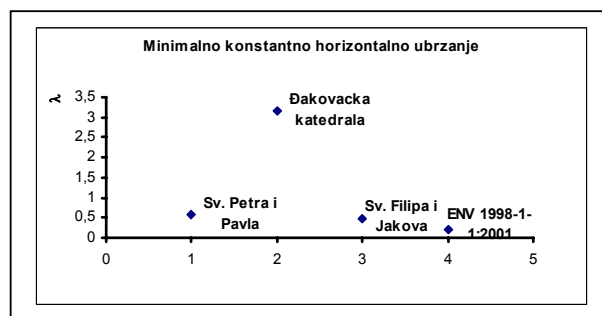
povećati. Vlačna se zona ne može isključiti jedino kod presjeka 1 bačvaste svođene konstrukcije. Ako iz razmatranja isključimo luk poprečnog presjeka 1, možemo uočiti znatne rezerve nosivosti takvih sustava.

Promjena rubnih uvjeta (upeti statički sustav; trozglobni statički sustav) ne utječe bitno na promjenu vrijednosti naprezanja.

Prema ovim analizama svođena konstrukcija može doći u kritično stanje ako dođe do razmicanja oslonaca. Analiza je pokazala da kritičan horizontalni pomak iznosi 0,046 % veličine raspona luka za Crkvu sv. Petra i Pavla, odnosno 0,11% za katedralu u Đakovu (slika 29.).

Prema drugom pristupu (program MATLAB), gdje je proračunski model osnovan na načelu slobodne rotacije zglobova spojenih krutih diskova, rezultati pokazuju da svođena konstrukcija dolazi u stanje sloma kada horizontalni pomak oslonaca dosegne minimalnu vrijednost 6,5 % raspona za Crkvu sv. Petra i Pavla, 11,46 % raspona za katedralu u Đakovu odnosno od 2,81 % do 3,63 % raspona za Crkvu sv. Filipa i Jakova u Vukovaru. Vrijednosti kritičnih horizontalnih pomaka oslonaca ovisi o veličini segmenata na koje je podijeljen luk i o obliku poprečnog presjeka (Vukovar), ali se za odabrane vrijednosti segmenata kreću u uskim granicama.

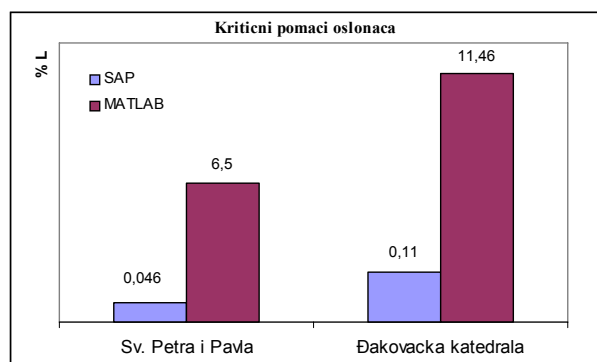
Ako se promatra nosivost konstrukcije na horizontalno opterećenje (npr. potres), određuje se minimalno konstantno horizontalno ubrzanje tla  $\lambda g$  koje uzrokuje slom, a definirano je faktorom  $\lambda$ . Za Crkvu sv. Petra i Pavla ono iznosi  $\lambda_{min} = 0,59$ , katedralu u Đakovu  $\lambda_{min} = 3,15$ , a za Crkvu sv. Filipa i Jakova (ovisno o obliku poprečnog presjeka) poprima vrijednosti od  $\lambda_{min} = 0,211$  do  $\lambda_{min} = 0,487$ . Prikazano na slici 28. ( $\lambda$  odgovara koeficijentu  $\alpha = a/g$  prema [8], za VIII. seizmičku zonu njegova je proračunska vrijednost 0,20).



Slika 28. Minimalno konstantno horizontalno ubrzanje

Analizom dobivenih rezultata može se uočiti da različiti pristupi u proračunu daju različite rezultate.

Usporedbom dobivenih rezultata (u ova dva pristupa) vidi se da su razlike u veličini kritičnih pomaka oslonaca znatne. Ako računamo preko temeljnih postavki ot-



Slika 29. Kritični pomaci oslonaca u % od raspona (L)

pornosti materijala – odnosno preko dopuštene tlačne nosivosti, dobit ćemo puno manju vrijednost dopuštenih kritičnih pomaka oslonaca nego kada računamo preko graničnog stanja konstrukcije, odnosno kada dovodimo konstrukciju do sloma. Kod Đakovačke katedrale razlika u veličini pomaka oslonaca je 106 puta, a kod Crkve sv. Petra i Pavla čak 141 put.

#### 4 Zaključak

Na temelju analiza u ovome radu može se zaključiti sljedeće:

- stanje naprezanja u zakrivljenim sklopovima za opterećenje vlastitom težinom pokazuje rezerve sigurnosti
- svođeni su sklopovi sigurni na znatno veće horizontalne pomake od dobivenih “klasičnim” pristupom prema načelima otpornosti materijala

#### LITERATURA

- [1] Aničić, D., Morić, D., Zaninović, V.: *Granični glavni vlačni naponi kamenih i opečnih zidova*, I. kongres DGKH, Plitvička Jezera, (1984.), Vol. 1,2, 257 do 264
- [2] Aničić, D.; Fajfar, P.; Petrović, B.; Szavits-Nossan, A.; Tomažević, M.: *Zemljotresno inženjerstvo, visokogradnja*, DIP Građevinska knjiga, Beograd, 1990.
- [3] Đurić, T.; Feletar, D.: *Stari gradovi, dvorci i crkve Slavonije, Baranje i zapadnog Srijema*, Stara zdanja sjeverne Hrvatske – knjiga 1, Zagreb, 2002, Tisak Varteks, Varaždin '02.
- [4] Ochsendorf, J.A.: *Collapse of Masonry Structures*, a dissertation submitted to the University of Cambridge in partial fulfilment of the requirements for the degree of Doctor of Philosophy, King's College, June 2002.
- [5] Oppenheim, J. Irving : *The Masonry Arch as a Four – Link Mechanism Under Base Motion*, Earthquake Engineering and Structural Dynamics, Vol.21, ©1992 by John Wiley & Sons, 1005-1017
- [6] Sorić, Z.: *Zidane konstrukcije I*, Hrvatski savez građevinskih inženjera, Zagreb, 1999.
- [7] Bošnjak-Klečina, M.: *Potresna otpornost monumentalnih sakralnih građevina Slavonije*, doktorska disertacija, Građevinski fakultet Sveučilišta J.J. Strossmayera u Osijeku, Osijek, 2004.
- [8] HRN ENV 1998-1-2:2005 Eurokod 8: *Projektiranje konstrukcija otpornih na potres 1.-2. dio: Opća pravila-Opća pravila za zgrade*, (ENV 1998-1-2:1994)

- “klasični” pristup ne daje realnu sliku ponašanja svođenih sklopova s obzirom na pomake
- realniji je model za provjeru stabilnosti svođenih i lučnih konstrukcija onaj model kojim se analizira ponašanje krutih diskova. Otkazivanje nosivosti (mehanizam sloma) kod takvog modela nastaje otvaranjem zglobova, što dovodi do sloma.

Analiza je pokazala da je otpornost zakrivljenih konstrukcija u ovim građevinama, pri promatranju sklopa krutih diskova, na potresno opterećenje znatna. Faktor  $\alpha$  (omjer minimalnoga konstantnoga horizontalnog ubrzanja tla i gravitacijskog ubrzanja  $g$  koje uzrokuje slom) u ovim se analizama kreće od 0,211 do 0,59. Prema [8] kod potresa u VIII. seizmičkoj zoni proračunska vrijednost tog faktora jest 0,20.

Vrijednosti kritičnoga horizontalnog pomaka oslonaca i minimalnoga konstantnog horizontalnog ubrzanja tla pri kojem dolazi do sloma za Đakovačku katedralu znatno odstupaju (veće su) od vrijednosti dobivenih proračunom za druge dvije građevine. Razlog je vjerojatno u tome što su programi ograničeni i ne mogu se izvoditi za vrijednost  $t/R$  veću od 0,1095. Za ovaj svod  $t/R = 0,15$ , tako da je provedena analiza za vrijednost  $t/R = 0,1095$ .

Razlike u rezultatima naprezanja i pomaka, utvrđene proračunima provedenim u ovome radu posljedica su različitih pristupa pojedinih metoda. “Klasičan” pristup ne daje rezultate bliske mogućem stvarnom ponašanju lučnih i svođenih zidanih sklopova. Stoga bi se u budućim analizama trebalo prikloniti promatranju stabilnosti krutih blokova koji se pretvaraju u mehanizam. Programme treba doraditi da bismo mogli raditi bez ograničenja.