

# Modeliranje dvostranih priključaka u čeličnim okvirnim konstrukcijama

---

**Markulak, Damir; Ivanušić, Darko**

*Source / Izvornik:* **Građevinar, 2009, 61, 1047 - 1058**

**Journal article, Published version**

**Rad u časopisu, Objavljena verzija rada (izdavačev PDF)**

*Permanent link / Trajna poveznica:* <https://um.nsk.hr/um:nbn:hr:133:241887>

*Rights / Prava:* [Attribution 4.0 International](#)/[Imenovanje 4.0 međunarodna](#)

*Download date / Datum preuzimanja:* **2025-01-15**



GRAĐEVINSKI I ARHITEKTONSKI FAKULTET OSIJEK  
Faculty of Civil Engineering and Architecture Osijek

*Repository / Repozitorij:*

[Repository GrAFOS - Repository of Faculty of Civil Engineering and Architecture Osijek](#)



# Modeliranje dvostranih priključaka u čeličnim okvirnim konstrukcijama

Damir Markulak, Darko Ivanušić

## Ključne riječi

čelične okvirne konstrukcije, dvostrani priključci, modeliranje, EN 1993-1-8, metoda konačnih elemenata, štapni model

## Key words

steel frame structures, two-sided connections, modelling, EN 1993-1-8, finite element method, member model

## Mots clés

structures-cadres en acier, connexions à double face, modélisation, EN 1993-1-8, méthode des éléments finis, modèle de membre

## Ключевые слова

стальные рамные конструкции, двухсторонние присоединения, моделирование, EN 1993-1-8, метод конечных элементов, стержневая модель

## Schlüsselworte

Stahlrahmenkonstruktionen, zweiseitige Anschlüsse, Modellieren, EN 1993-1-8, Methode der endlichen Elemente, Stabmodell

D. Markulak, D. Ivanušić

Izvorni znanstveni rad

## Modeliranje dvostranih priključaka u čeličnim okvirnim konstrukcijama

Kritički se komentiraju postupci modeliranja ponašanja dvostranih priključaka prema EN 1993-1-8, te se izlaže mogućnost metode konačnih elemenata kojom se u obzir uzima ponašanje priključaka na način da se standardni štapni model konstrukcije na dijelu priključka oko hrptenog panela stupa nadogradi ravninskim konačnim elementima. Na taj način se u obzir uzima stvarna geometrija priključka, nije potreban iteracijski postupak, a složenost modeliranja se prihvatljivo povećava.

D. Markulak, D. Ivanušić

Original scientific paper

## Modelling two-sided connections in steel frame structures

Performance modelling procedures for two-sided connections, based on EN 1993-1-8, are critically analyzed. Possibilities offered by the finite element method in the sphere of determining behaviour of connections, and this by adding in-plane finite elements to a standard structural model in the connection zone around the web panel of the pier, are determined. Thus the real geometry of connection is taken into account, the iterative procedure becomes unnecessary, and the modelling complexity is not significantly increased.

D. Markulak, D. Ivanušić

Ouvrage scientifique original

## Modélisation des connexions à double face dans les structures-cadres en acier

La modélisation de comportement des connexions à deux faces, selon EN 1993-1-8, est analysée de point de vue critique. Les possibilités offertes par la méthode des éléments finis dans la détermination du comportement des connexions, et cela en introduisant les éléments plans finis dans le modèle standard structurel dans la zone de connexion autour de panneau d'âme de la pile, sont déterminées. De cette manière, la géométrie réelle de la connexion est prise en compte, la procédure itérative devient inutile, et la complexité de modélisation n'augmente pas de manière considérable.

Д. Маркулак, Д. Иванушић

Оригинална научна работа

## Моделирование двухсторонних присоединений в стальных рамных конструкциях

Приведены критические комментарии по процедурам моделирования поведения двухсторонних присоединений по EN 1993-1-8, изложена возможность применения метода конечных элементов, который учитывает поведение присоединений таким образом, что стандартная стержневая модель конструкции в области присоединения у хребтовой панели опоры достраивается плоскостными конечными элементами. Это позволяет учесть реальную геометрию присоединения, отпадает необходимость в выполнении итерационной процедуры, а усложнение моделирования является приемлемым.

D. Markulak, D. Ivanušić

Wissenschaftlicher Originalbeitrag

## Modellierung zweiseitiger Anschlüsse in Stahlrahmenkonstruktionen

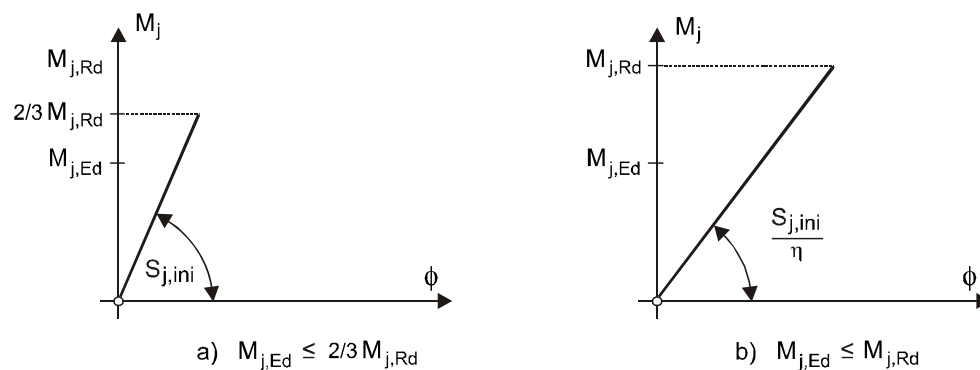
Die Verfahren der Modellierung des Verhaltens zweiseitiger Anschlüsse nach EN 1993-1-8 sind kritisch kommentiert. Ausgelegt ist die Möglichkeit der Methode der endlichen Elemente mit der man das Verhalten der Anschlüsse derweise in Betracht nimmt dass man das Standard-Stabmodell der Konstruktion am Teil des Anschlusses um das Stegpanel des Pfeilers mit ebenen endlichen Elementen anbaut. Auf diese Weise wird die tatsächliche Geometrie des Anschlusses berücksichtigt, ein iteratives Verfahren ist nicht nötig, und die Kompliziertheit des Modellierens ist annehmbar vergrößert.

Autori: Prof. dr. sc. **Damir Markulak**, dipl. ing. građ., Sveučilište J. J. Strossmayera, Građevinski fakultet, Osijek; **Darko Ivanušić**, dipl. ing. građ., Institut IGH d.d., Odjel za mostove 2, Osijek

### 1 Općenito o modeliranju priključaka prema Eurokodu 3

Prema Eurokodu 3 [1] općenito treba uzeti u obzir utjecaj ponašanja priključaka na raspodjelu reznih sila, odnosno globalne deformacije sustava osim u slučajevima kada se taj utjecaj može zanemariti. U Eurokodu 3 je ovoj problematici posvećena velika pažnja pa su razrađeni postupci za preciznije procjenjivanje mehaničkih svojstava priključaka i njihovo uključivanje u proračune. Istraživanja ponašanja priključaka općenito je moguće provesti eksperimentalno, numerički, analitički ili pak kombinacijom ovih metoda (npr. [2], [3], [4], [5]).

Razredba priključaka provedena je u Eurokodu 3 s obzirom na rotacijsku krutost te čvrstoću. U elastičnom globalnom proračunu konstrukcije priključci se razvrstavaju prema svojoj rotacijskoj krutosti. Za djelomično nepopustljive priključke općenito treba upotrijebiti rotacijsku krutost  $S_j$  koja odgovara proračunskom momentu savijanja  $M_{j,Ed}$ , slika 1. Pojednostavnjeno se u proračunima dopušta uporaba rotacijske krutosti priključka ( $S_{j,ini}/\eta$ ) za sve vrijednosti momenta savijanja  $M_{j,Ed}$  (manje ili jednake proračunskoj otpornosti priključka na savijanje  $M_{j,Rd}$ ), gdje je  $\eta$  popravni koeficijent krutosti priključka koji ovisi o vrsti priključka (priključci stup-greda ili ostale vrste priključaka), te o načinu izrade spojeva (zavareno, vijčano i sl.). Vrijednost ovoga koeficijenta se kreće od 2 do 3,5.



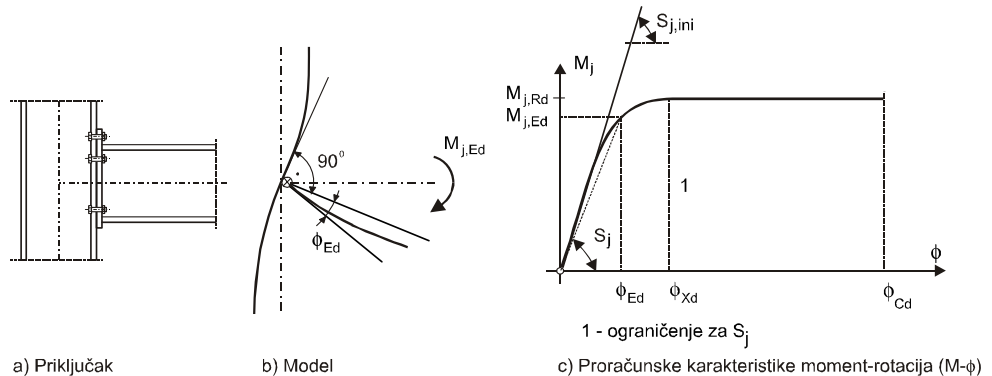
Slika 1. Rotacijska krutost priključaka za proračune po teoriji elastičnosti

Za modeliranje složenog ponašanja priključaka u čeličnim konstrukcijama prihvaćena je tzv. metoda komponentata [1], koja se sastoji u tome da se priključak modelira sustavom sastavljenim od krutih i popustljivih komponentata. Za svaku se komponentu procjenjuju karak-

teristike otpornosti, krutosti i duktilnosti. Tada se dobivene karakteristike kombiniraju radi modeliranja mehaničkih karakteristika čitavog priključka.

Priključak se u globalnom numeričkom modelu konstrukcije prikazuje kao rotacijska opruga koja povezuje težišne linije spojenih elemenata u točki njihova presjeka, s proračunskim vrijednostima navedenih karakteristika moment-rotacija koje opisuju vezu momenta savijanja  $M_{j,Ed}$  koji djeluje na priključak i odgovarajuću rotaciju priključka  $\phi_{Ed}$  (slika 2.).

Proračun karakteristika priključaka prema metodi komponentata provodi se u tri koraka – u prvom se koraku



Slika 2. Proračunske karakteristike moment-rotacija za priključak

utvrđuju osnovne komponente priključka koje su navedene u [1], potom se proračunavaju otpornosti i/ili krutosti tih komponentata, a u završnom se koraku sve komponente povezuju u mehanički model priključka koji idealizira stvarno ponašanje priključka. Opisani je postupak proračuna relativno složen i dugotrajan, može biti i iterativan, a u dosadašnjoj inženjerskoj praksi takav pristup općenito predstavlja novinu.

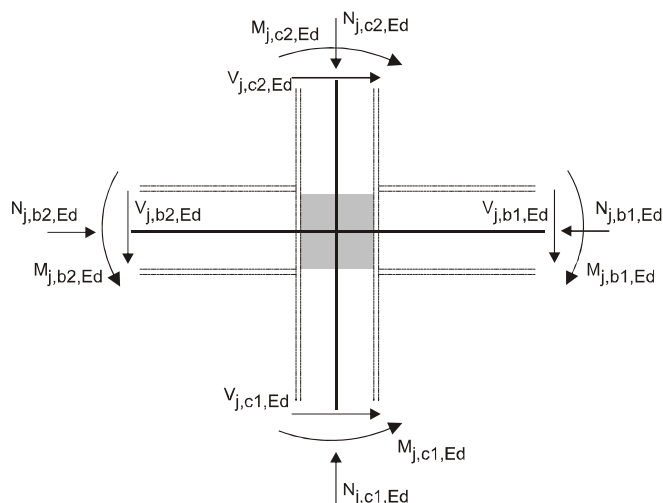
Stoga je potrebno paralelno raditi i na približavanju dobivenih rezultata istraživanja ponašanja priključaka svakodnevnoj inženjerskoj praksi, kako bi proračuni konstrukcija bili što precizniji, uz istovremeno pojednostavnjivanje postupaka i metoda proračuna gdje je to moguće (npr. kao u [6]).

### 2 Postupak s dvostranim priključcima prema Eurokodu 3

Priključci stup-greda općenito obuhvaćaju područje hrpta stupa u području priključivanja greda (tzv. hrpteni panel stupa) te jedan spoj s gredom (jednostrani priključci)

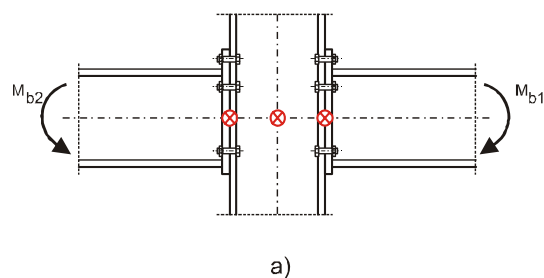
ili dva spoja s gredama (dvostrani priklučci) s obje strane stupa (slika 3.). Kod dvostranih priklučaka tako hrpteni panel stupa sudjeluje u ponašanju priklučaka i s lijeve i desne strane, te je za modeliranje takvih priklučaka potrebno utvrditi:

- $M - \phi$  karakteristike lijevog priklučka
- $M - \phi$  karakteristike desnog priklučka
- $V_{wp} - \gamma$  karakteristike posmičnog panela hrpta stupa.



Sile i momenti u presjecištu težišnih linija spojenih elemenata

Slika 3. Raspodjela reznih sila kod dvostranih priklučaka



Slika 4. Modeliranje dvostranih priklučaka prema EN 1993-1-8

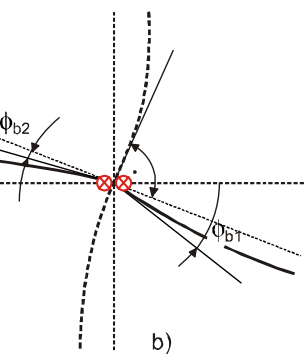
Općenito treba razlikovati dva osnovna izvora popustljivosti (deformabilnosti) – jedan koji je vezan za uvođenje sila iz priklučenih elemenata i drugi koji se odnosi na posmični hrpteni panel stupa. Točno modeliranje ponašanja dvostranih priklučaka stoga zahtijeva zasebno modeliranje svake od gore nabrojanih komponenata, uzimajući u obzir rezne sile koje djeluju u okolini hrptenog panela stupa (slika 4.a).

Prva istraživanja ponašanja hrptenog panela objavio je Krawinkler [7], u kojima je zaključeno da se nosivost hrptenog panela sastoji od dviju komponenata: posmične nosivosti samog panela te utjecaja savijanja pojasnice stupa budući da je hrpteni panel integralni dio poprečnog

presjeka stupa. Stoga se u preciznijem modeliranju ponašanja hrptenog panela najčešće primjenjuju *Krawinklerov* i tzv. *Scissors* model („model škara“) [8], [9], koji pak proračunske modele čine bitno složenijim i uz odgovarajuća ograničenja u primjeni.

Međutim, puno se češće primjenjuje pojednostavnjeni koncept modeliranja kod kojega se ponašanje hrptenog panela uključuje u ponašanje spojeva na lijevom i desnom priklučku (slika 4.b), a takav je model predložen i u [1]. Dakle, ponašanje lijevog i desnog priklučka modelira se zasebnim rotacijskim oprugama odgovarajuće krutosti na savijanje, pri čemu karakteristike moment-rotacija pojedine opruge u obzir uzimaju ponašanje hrptenog panela izloženog posmiku te utjecaj odgovarajućih spojeva. Time se modeliranje dvostranih priklučaka svodi na zasebno modeliranje dvaju jednostranih priklučaka koji su u interakciji, a na ovome principu najčešće rade i specijalizirani programi za određivanje računskih karakteristika priklučaka (primjerice CoP, [10]). Ovaj je pristup određeni kompromis između evidentne potrebe da se popustljivost priklučaka uključi u globalni proračun konstrukcije i složenosti točnijeg modeliranja koje je objektivno teško uključiti u svakodnevnu inženjersku praksu.

Poprečne sile u hrptenom panelu



dnevnu inženjersku praksu.

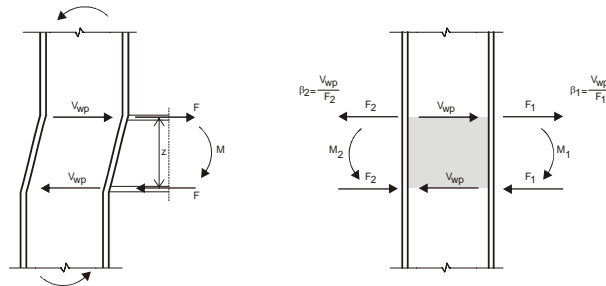
Posmična deformabilnost hrptenog panela uvjetovana je zajedničkim djelovanjem lokalnih sila od uvođenja opterećenja iz greda u razini njihovih pojasnica ( $F_i$ ) te posmičnih sila u stupu zbog globalnoga ponašanja okvira. Za točno modeliranje bilo bi potrebno definirati rotacijske karakteristike i otpornost svake od ovih komponenata, dakle krivulje  $M - \phi$  za svaki od priklučaka s lijeve i desne strane te posmičnu deformaciju hrptenog panela ( $V - \gamma$ ), koju treba svesti na format krivulje  $M - \phi$  za hrbat. Zbog pojednostavnjenja proračuna, utjecaj ponašanja hrptenog panela izloženog posmiku pri proračunu karakteristika pojedine rotacijske opruge uzima se pomoću

transformacijskih parametara  $\beta_1$  i  $\beta_2$  za lijevu odnosno desnu stranu priključka:

$$\beta_1 = \frac{V_{wp}}{F_1} \quad (1)$$

$$\beta_2 = \frac{V_{wp}}{F_2} \quad (2)$$

Iz izraza (1) i (2) vidi se da je transformacijski parametar zapravo omjer posmične sile u hrptenom panelu ( $V_{wp}$ ) i sila koje se lokalno unose u stup zbog postojanja priključaka ( $F_i$ ).



Slika 5. Definicija transformacijskih parametara  $\beta_i$

Očito je da će vrijednost transformacijskih parametara ovisiti o intenzitetu i smjeru tih sila te su općenito moguće sljedeće situacije:

- ako su momenti u gredama s obje strane priključka ( $M_{j,b1,Ed}$  i  $M_{j,b2,Ed}$ ) jednaki po intenzitetu i smjeru djelovanja, onda zapravo ne postoji dodatno posmično djelovanje na stup zbog priključaka te transformacijski parametri imaju vrijednost  $\beta_i = 0$  (za ovaj je slučaj vrijednost transformacijskog parametra zapravo točna)
- ako momenti u gredama s obje strane priključka ( $M_{j,b1,Ed}$  i  $M_{j,b2,Ed}$ ) nisu jednaki, tada se aktivira hrpteni panel stupa (a ta je posmična sila više ili manje proporcionalna vrijednosti razlike tih momenata  $M_{j,b1,Ed} - M_{j,b2,Ed}$ ), koji uz ponašanje priključaka s lijeve i desne strane stupa također utječe na konačno ponašanje priključka; pri tome se još mogu razlikovati slučajevi:

- kada momenti djeluju u istom smjeru ( $M_{j,b1,Ed} / M_{j,b2,Ed} > 0$ )
- kada momenti djeluju u suprotnom smjeru ( $M_{j,b1,Ed} / M_{j,b2,Ed} < 0$ )

gdje su:

$M_{j,b1,Ed}$  – moment savijanja u gredi na desnoj strani priključka, u sjecištu težišnih linija stupa i grede

$M_{j,b2,Ed}$  – moment savijanja u gredi na lijevoj strani priključka, u sjecištu težišnih linija stupa i grede.

U [1] su dane približne vrijednosti transformacijskog parametra (tablica 1.) te kao alternativa točniji postupak koji se zasniva na proračunu transformacijskih parametara u funkciji vrijednosti momenata  $M_{j,b1,Ed}$  i  $M_{j,b2,Ed}$  u presjecištu težišnih linija grede i stupova povezanih u priključku:

$$\beta_1 = \left| 1 - \frac{M_{j,b2,Ed}}{M_{j,b1,Ed}} \right| \leq 2 \quad (3)$$

$$\beta_2 = \left| 1 - \frac{M_{j,b1,Ed}}{M_{j,b2,Ed}} \right| \leq 2 \quad (4)$$

Međutim, treba naglasiti da su i izrazi (3) i (4) približni budući da se iz definicije transformacijskih parametara (izrazi (1) i (2)) te slike 5. vidi da je u njima zanemaren utjecaj posmične sile u stupovima nastale od utjecaja globalnog ponašanja okvira. Uzimajući i ovaj utjecaj u obzir, posmična sila u hrptenom panelu stupa može se proračunati prema izrazu:

$$V_{wp,Ed} = \frac{M_{b1,Ed} - M_{b2,Ed}}{z} - \frac{V_{c1,Ed} - V_{c2,Ed}}{2} \quad (5)$$

gdje je  $z$  krak unutarnjih sila u priključku grede na stup.

Iz gornjeg izraza proizlazi da se transformacijski parametri točnije mogu proračunati na sljedeći način:

Tablica 1. Približne vrijednosti transformacijskog parametra  $\beta$  prema [1]

	$M_{b1,Ed} = M_{b2,Ed}$	$\beta = 0$
	$M_{b1,Ed} / M_{b2,Ed} > 0$	$\beta = 1$
	$M_{b1,Ed} / M_{b2,Ed} < 0$	$\beta = 2$
	$M_{b1,Ed} + M_{b2,Ed} = 0$	$\beta = 2$

$$\beta_{1,T} = \frac{V_{wp,Ed}}{F_1} = \left(1 - \frac{M_{b2,Ed}}{M_{b1,Ed}}\right) - \frac{z}{2M_{b1,Ed}}(V_{c1} - V_{c2}) \quad (6)$$

$$\beta_{2,T} = \frac{V_{wp,Ed}}{F_2} = \left(1 - \frac{M_{b1,Ed}}{M_{b2,Ed}}\right) - \frac{z}{2M_{b2,Ed}}(V_{c1} - V_{c2}) \quad (7)$$

Kako sile  $F_1$  i  $F_2$  ovise o momentima savijanja u priključenim gredama očito je da se vrijednost transformacijskih parametara mora odrediti iterativno - budući da je raspodjela momenata savijanja u priključku opet u funkciji mehaničkih karakteristika priključaka. Ovo vrijedi i za točne i za približne izraze za proračun transformacijskih parametara, što znatno otežava proračune u svakodnevnoj inženjerskoj praksi. U praktičnim se proračunima obično preliminarno uzima vrijednost  $\beta = 1$  te se u daljnjim koracima provjerava ispravnost ove pretpostavke [11]. Ako se npr. za novu vrijednost dobije vrijednost  $\beta = 0$ , tada se za prethodno dobivene rezultate (s  $\beta = 1$ ) može smatrati da su oni konzervativni te ih se ovisno o željenoj točnosti može i prihvatiti. Međutim, ako se za novu vrijednost dobije npr.  $\beta = 2$ , tada rezultati dobiveni prvim proračunom s  $\beta = 1$  nisu dovoljno sigurni te proračun treba ponoviti s novodobivenom vrijednosti  $\beta = 2$ . No ako se primjenjuju izrazi (6) i (7) vidi se da vrijednost transformacijskih parametara nije ograničena vrijednošću  $\beta = 2$  (kao u izrazima (3) i (4) prema [1]).

Još treba spomenuti da postoje i približni postupci za procjenu rotacijskih karakteristika priključaka. Grubom se ocjenom može smatrati i pretpostavka krutih nepopustljivih priključaka (koja u slučaju zavarenih priključaka više odgovara stvarnom stanju nego u slučaju vijčanih priključaka). Brojni rezultati istraživanja koja su do sada provedena mogu se pronaći obrađeni u obliku preporuka za točniju procjenu rotacijskih karakteristika priključaka, a to se poglavito odnosi na vijčane priključke. Primjerice, prema [12] se inicijalna rotacijska krutost priključka može odrediti prema izrazu:

$$S_{j,p} = \frac{Ez^2 t f_c}{C} \quad (8)$$

gdje je:

$E$  – modul elastičnosti čelika

$z$  – udaljenost između tlačne i vlačne rezultante sila u priključku (krak)

$t_f$  – debljina pojasnice stupa

$C$  – faktor koji se određuje u odnosu na geometrijsku konfiguraciju priključka.

Vrijednosti faktora  $C$  određene su uz pretpostavku uobičajenih konstrukcijskih pravila pri konstruiranju priključka (npr. odnosa debljine čelne ploče i promjera vijaka,

tipičnog razmještaja vijaka i sl.), te se tada procjena zasniva na karakteristikama najslabije komponente. U slučaju standardnih izvedbi dvostranih priključaka mogu se upotrijebiti vrijednosti prema tablici 2.

Tablica 2. Vrijednosti faktora  $C$  za približno određivanje krutosti priključaka

OPIS KONSTRUKCIJE PRIKLJUČKA	C
vijčani priključci s produženom čelnom pločom, bez ukrućenja hrpta stupa	7,5
vijčani priključci s čelnom pločom u visini priključenih greda, bez ukrućenja hrpta stupa	9,5
zavareni priključci bez ukrućenja hrpta stupa	6,0
vijčani priključak s čelnom pločom u visini priključenih greda, bez ukrućenja hrpta, priključci na gornjem rubu stupa	6,0

Vrijednosti faktora  $C$  iz tablice 2. odnose se na slučaj simetričnih uvjeta (uravnoteženih momenata), dok za slučajeve kod kojih je  $\beta = 2$  vrijednostima iz tablice treba dodati 11,0. S ovako određenim početnim krutostima priključaka provodi se preliminarni globalni proračun okvirne konstrukcije te dimenzioniranje konstrukcijskih elemenata i priključaka. Potom se proračunavaju stvarne karakteristike definiranih priključaka i kontrolira ispravnost preliminarnih pretpostavki za globalni proračun konstrukcije.

### 3 Modeliranje dvostranih priključaka metodom konačnih elemenata povećane točnosti

Pri uporabi postupka modeliranja dvostranih priključaka prema [1], opisanog u prethodnom poglavlju, treba voditi računa o sljedećim činjenicama:

- konstrukcija se modelira štapnim elementima, pri čemu se zanemaruje stvarni geometrijski oblik priključka koja ima svoju konačnu veličinu, što svakako utječe na rezultate proračuna (taj se utjecaj povećava s povećanjem dimenzija priključka)
- pri uporabi točnijih izraza za određivanje utjecaja hrptenog panela stupa na ponašanje priključaka (transformacijskih parametara  $\beta_i$ ) potrebno je provesti iteracijski postupak koji općenito i ne mora konvergirati
- postupak definiran u [1] odnosi se na simetrične dvostrane priključke, odnosno priključke kod kojih su lijeva i desna priključena greda jednakih dimenzija, te se posebno naglašava da je potrebno voditi računa o stvarnoj raspodjeli posmičnih naprezanja u hrptenom panelu
- pri proračunu transformacijskih parametara  $\beta_i$  u obzir se uzimaju samo lokalni utjecaji od uvođenja opterećenja iz priključenih nosača, dok se posmična

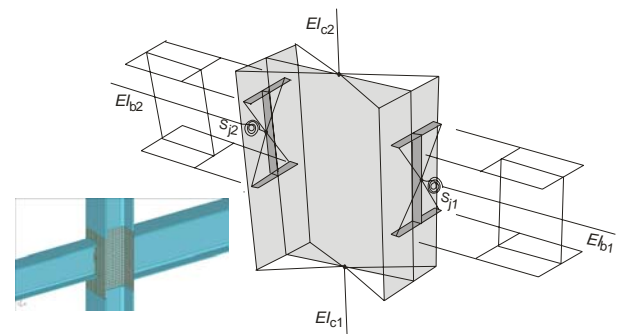


- sila u stupu zbog globalnih utjecaja na okvir ne uzima u obzir
- intenzitet uzdužnih sila u gredama priključka ograničava se na 5% otpornosti poprečnih presjeka greda na uzdužnu silu
- kod dinamički opterećenih konstrukcija područje hrptenog panela stupa uvelike utječe i na globalno ponašanje cijele okvirne konstrukcije i na lokalno ponašanje okolnih konstrukcijskih elemenata pa je osobito važno dobro procijeniti ponašanje toga dijela priključka; kako su kod takvih opterećenja uobičajene stalne izmjene intenziteta i smjerova opterećenja, postavlja se pitanje točnosti primjene postupka modeliranja ponašanja priključaka s transformacijskim parametrima koji ne uzima u obzir stvarni geometrijski oblik hrptenog panela i posmičnu silu u stupovima od globalnog ponašanja okvira.

U ovom se radu izlaže postupak numeričkog modeliranja primjenom metode konačnih elemenata kojim je neke od gore izrečenih nedostataka kodificiranog pristupa moguće izbjeći uz, s obzirom na povećanje složenosti, prihvatljivo modificiranje štapnog modela konstrukcije tako da se u njega uključi precizniji model ponašanja priključaka. Ovdje treba reći da primjena novih odredbi eurokoda općenito podrazumijeva povećane zahtjeve za vještinama numeričkog modeliranja konstrukcija jer se sve točnije i opsežnije želi obuhvatiti stvarno ponašanje konstrukcija. To istovremeno znači i povećane zahtjeve za inženjere u praksi te općenito treba voditi računa o usklađivanju složenosti modela u ovisnosti o zahtijevanoj ili potrebnoj točnosti rezultata proračuna. Modifikacija štapnog modela konstrukcije sastoji se u modeliranju užeg područja priključaka ravninskim elementima čime se u proračune uključuju stvarni gabariti priključaka. Tako se izbjegava potreba istraživanja stvarne vrijednosti transformacijskih parametara  $\beta_i$  a može se pratiti i realnije ponašanje hrptenog panela. Ovo je vrlo važno kod dvostranih priključaka s nesimetričnim opterećenjima ili nesimetričnih dvostranih priključaka kod kojih ponašanje hrptenog panela ima velik utjecaj na ponašanje priključaka. Složenost modela se pri tome znatno ne povećava, a najčešće postojanje tipiziranosti pojedinih priključaka olakšava izradu kompletnog modela konstrukcije (potrebno je izraditi modele osnovnih tipova priključaka koji se u konstrukciji pojavljuju te se oni dalje jednostavno „kopiraju“). Takav je način modeliranja posebno prikladan za konstrukcije s različitim dimenzijama priključenih greda, kada postoje ojačanja greda vutama ili je hrpteni panel ojačan ili ukrućen, odnosno u svim slučajevima kod kojih nije moguće pouzdanije procijeniti stvarnu raspodjelu posmičnih naprezanja u hrptenom panelu. Valja ipak naglasiti da se radi o varijanti pojednostavnjenoga numeričkog modeliranja (u odnosu na npr. kom-

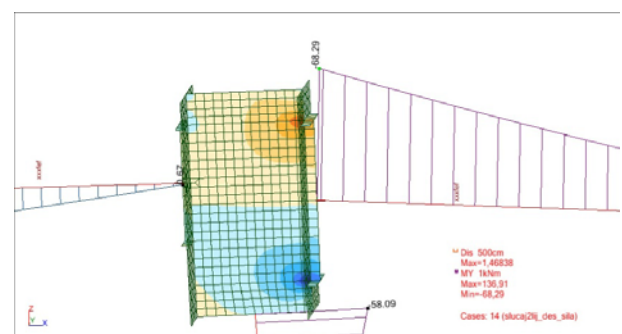
pleksni 3D model područja priključka koji uključuje sve dijelove priključka i spojna sredstva) vrlo složenog ponašanja područja priključka koja bi za određena konstrukcijska rješenja priključaka mogla biti primjenjiva i u inženjerskoj praksi.

Opisani način modeliranja prikazan je na slici 6. Okvirna se konstrukcija u većem dijelu modelira štapnim (BEAM) elementima, a uže područje priključka ravninskim (SHELL) elementima. Pri tome se s ravninskim elementima detaljnije modelira samo stup u području priključka, dok se stvarni geometrijski oblik grednih nosača modelira samo djelomično radi preciznijeg unošenja naprezanja iz grednih nosača u stup i sam hrpteni panel. Veza prostornog dijela modela konstrukcije s ostalim štapnim dijelom modela postiže se elementima *link* (MASTER-SLAVE). Pri tome se na krajevima grednih elemenata na mjestu priključka na pojasnicu stupa rotacijskim oprugama („SPRING“) modelira rotacijska krutost priključka bez uzimanja u obzir utjecaja popustljivosti hrptenog panela.



Slika 6. Modeliranje metodom konačnih elemenata priključka i okvirne konstrukcije

Takav je model moguće primijeniti za sve tipove priključaka (vijčanih i zavarenih), te se u ravninskom dijelu modela mogu dodatno kreirati eventualna ukrućenja ili ojačanja hrptenog panela, ali isto tako i priključci iz druge ravnine. To u konačnici znatno povećava točnost dobivenih rezultata proračuna uz najčešće prihvatljivo povećanje vremena potrebnog za proračun. Na ravninskom se dijelu priključka može točnije pratiti raspodjelu naprezanja i deformacije hrptenog panela (slika 7.). Treba



Slika 7. Primjer prikaza rezultata proračuna primjenom predloženog načina modeliranja

također primijetiti da su vrijednosti reznih sila i momenta savijanja realnije, budući da se one daju u odnosu na stvarni geometrijski oblik, a ne u presjecištima težišnih linija štapnog modela, a ista je situacija i s vrijednostima progiba i pomaka konstrukcije.

#### 4 Modeliranje priključaka greda-stup za dinamičke proračune

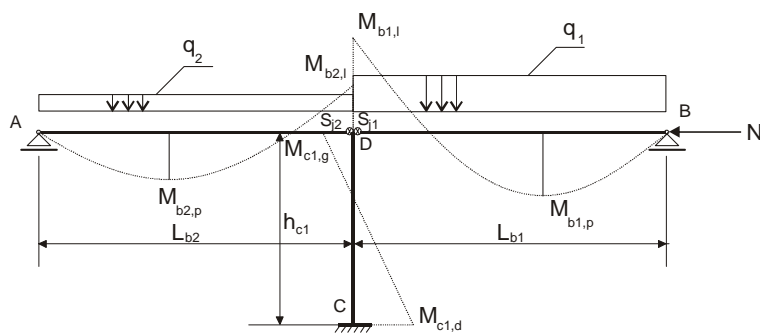
U [1] se karakteristike priključka proračunavaju za statička opterećenja. Međutim, općenito se proračunate karakteristike priključka  $M_{j,Rd}$  i  $S_{j,ini}$  mogu primijeniti i na dinamička opterećenja uz određene modifikacije. Već je navedeno da na rezultate proračuna utječe zanemarivanje stvarne topologije priključaka pri uporabi modela iz [1] te neki eksperimentalni programi pokazuju da je rotacijski kapacitet priključaka izloženih dinamičkim opterećenjima oko pola vrijednosti rotacijskog kapaciteta određenog za statička opterećenja.

Isto je tako iz aspekta ovoga rada važno naglasiti da se u [1] ponašanje hrptenog panela stupa opisuje samo za statička opterećenja. Tako minimalno potrebna otpornost hrptenog panela prema zahtjevima statičkog opterećenja može dovesti do velikih posmičnih distorzija u priključku te tako povećati potencijalnu opasnost od loma pojasnice greda. Ojačanje panela zavarivanjem dodatnih ploča na hrbat stupa može povećati otpornost priključka, no treba voditi računa o unošenju dodatnih naprezanja u priključak te je ovaj postupak optimalan za statička opterećenja konstrukcije. Mnogi su istraživači navodili velik utjecaj hrptenog panela na otpornost i krutost cijele okvirne konstrukcije, a istraživanja se provode i dalje. Primjerice, u istraživanjima FEMA/SAC, [13], navodi se da nedovoljno otporno područje panela štetno utječe na duktilnost spojeva budući da popuštanje pojasnice stupa na savijanje rezultira određenim distorzijama pojasnice stupa pri priključku te se tako može inicirati otkazivanje nosivosti zavara na tim mjestima. Rezultati upućuju na zaključak da se maksimalna duktilnost okvirne konstrukcije može postići kada je popuštanje na priključcima stup-greda raspodijeljeno između grede i posmičnog panela stupa [14], te se navodi da pri dimenzioniranju priključaka treba pokušati izjednačiti otpornost posmičnog panela s otpornosti grede na savijanje. To znači da hrpteni panel treba osigurati mogućnost da okolni elementi dostignu svoju pu-

nu otpornost a da se ne pojave prekomjerne posmične deformacije u samom panelu. Iz ovih je navoda vidljiva velika važnost kvalitetne procjene ponašanja konstrukcija u hrptenom panelu stupa te je predloženi način modeliranja u tom smislu vrlo prikladan, posebice ako se u model uključi materijalna nelinearnost. U tom je smislu ovdje provedena ilustracija provedbe dinamičke analize primjenom vremenskog zapisa (*time-history*) na razmatranim numeričkim modelima (slika 13.b).

#### 5 Numerički primjer

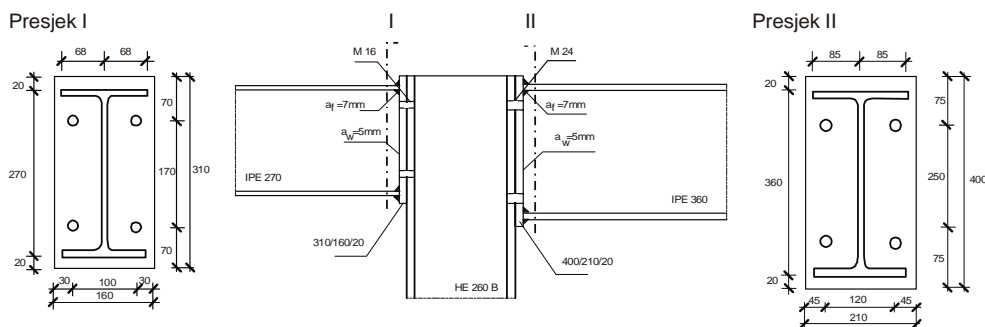
U nastavku će se ilustrirati primjena predloženog načina modeliranja okvirnih konstrukcija za statičke i dinamičke proračune. Na primjeru konstrukcijskog modela prikazanog na slici 8. proveden je postupak modeliranja dvostranog priključka za statičke proračune prema [1] i



Slika 8. Primjer okvirne konstrukcije za statički proračun

prema ovdje predloženom numeričkom modelu metodom konačnih elemenata te su uspoređeni dobiveni rezultati. Priklučci su u vijčanoj izvedbi s čelnom pločom u visini priključenih nosača (slika 9.), pri čemu je razmatran simetrični model (obje priključene grede su poprečnog presjeka IPE 360) i nesimetrični model priključka (desna greda poprečnog presjeka IPE 360 a lijeva IPE 270).

Kvaliteta čeličnog materijala je S235, a proveden je linearni i nelinearni statički proračun konstrukcije. Visina stupa je  $h_{c1} = 3,5$  m, raspon grede  $L_{b1} = L_{b2} = 6,5$  m, dok su opterećenja uzeta prema tablici 3.



Slika 9. Konstrukcijsko rješenje priključaka



Tablica 3. Opterećenja grednih nosača za statički model

Vrsta priključka	Slučaj	$q_1$ [kN/m]	$q_2$ [kN/m]	N [kN]
Simetrični priključak	A	45,0	10,0	-
	B	25,0	20,0	85,0
Nesimetrični priključak	C	55,0	5,0	-
	D	15,0	10,0	60,0

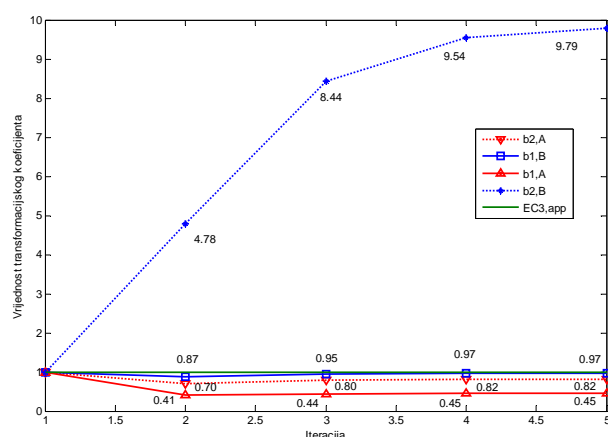
Proračunske karakteristike priključaka proračunate su uz pomoć specijaliziranog programa CoP [7], dok su modeli metode konačnih elemenata za elastični proračun izrađeni programskim paketom Robot Millenium [15] (slika 13.). Proračun reznih sila i progiba prema elastičnoj metodi proveden je uz prihvaćeni modifikacijski koeficijent za rotacijsku krutost priključaka ( $S_{j,ini}/\eta$ ) od  $\eta = 2$ . Priključci su razvrstani kao djelomično nepopustljivi.

Tablica 4. Rezultati proračuna statičkog modela

Model	$S_{i,2}$ kNm/rad	$S_{i,1}$ kNm/rad	$M_{b1,-}$ kNm	$M_{b1,+}$ kNm	$M_{b2,-}$ kNm	$M_{b2,+}$ kNm	$\delta_{l/2,b1}$ cm	$\delta_{l/2,b2}$ cm	$\delta_x$ cm
<b>Slučaj opterećenja A</b>									
nepopustljivo	$\infty$	$\infty$	-	162,35	-	9,00	1,98	0,25	0,80
CoP	17465	15014	-91,60	194,06	-56,00	28,52	2,47	0,26	0,65
$\beta = 1$	21805	21805	-	189,61	-66,27	24,87	2,29	0,19	0,69
MKE, „3D“	21805	21805	-82,97	187,16	-63,41	23,28	2,33	0,14	0,72
<b>Slučaj opterećenja B</b>									
nepopustljivo	$\infty$	$\infty$	-	57,66	-57,36	78,89	0,35	0,93	1,49
CoP	14218	3407	-	85,47	-3,36	103,94	0,93	1,34	1,93
$\beta = 1$	21805	21805	-	78,42	-16,17	97,69	0,79	1,24	1,83
MKE, „3D“	21805	21805	-	77,57	-11,37	95,17	0,73	1,17	1,87
<b>Slučaj opterećenja C</b>									
nepopustljivo	$\infty$	$\infty$	-	219,14	-74,89	-9,05	2,58	-	1,52
CoP	15660	5059	-91,12	246,69	-30,43	13,38	3,28	0,31	1,18
$\beta = 1$	21805	9035	-	240,95	-40,53	10,03	3,21	0,10	1,23
MKE, „3D“	21805	9035	-80,32	238,43	-39,45	9,35	2,89	0,09	1,33
<b>Slučaj opterećenja D</b>									
nepopustljivo	$\infty$	$\infty$	-	30,63	-38,10	35,48	0,11	1,10	1,14
CoP	14638	3544	-73,49	46,75	-10,25	47,81	0,46	1,69	1,51
$\beta = 1$	21805	9035	-84,71	42,51	-17,78	44,30	0,38	1,53	1,42
MKE, „3D“	21805	9035	-76,37	42,17	-14,91	43,19	0,35	1,30	1,45

a) Rezultati statičkog proračuna

U tablici 4. i na slikama 11. i 12. prikazani su rezultati proračuna – proračunska rotacijska krutost priključaka, momenti savijanja u grednim nosačima u polju i na mjestu



Slika 10. Tijek iteracijskog postupka za određivanje transformacijskih parametara

priključaka te karakteristični progibi i horizontalni pomaci (u skladu s oznakama sa slike 8.).

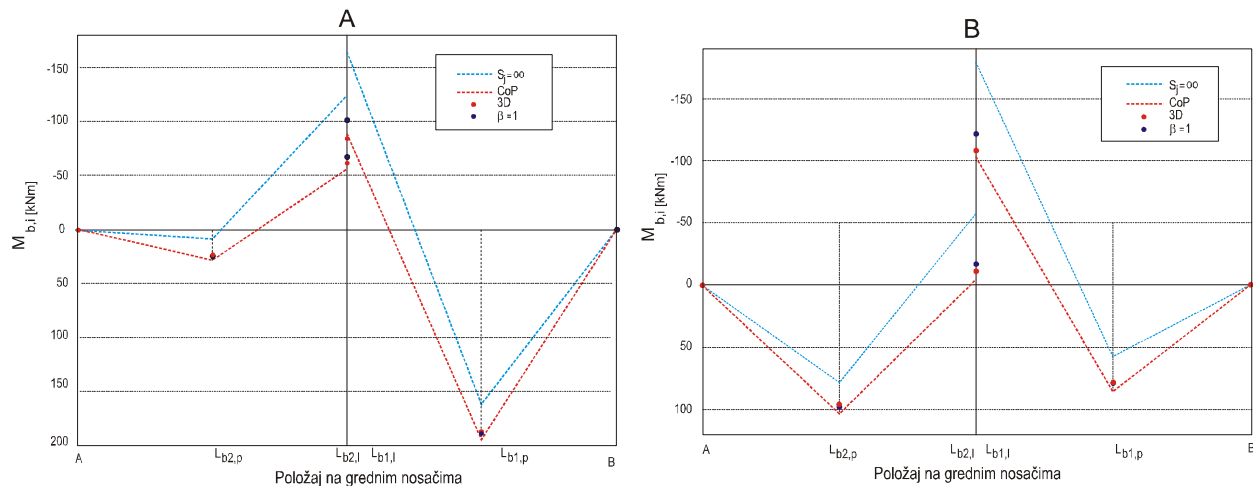
U tablici 4. je označen sa  $\eta = 1$  postupak prema [1] koji podrazumijeva primjenu približnih vrijednosti transformacijskih parametara (prema tablici 1.), dok su s „nepopustljivo“ označeni štampni modeli kod kojih ponašanje priključaka nije posebno modelirano. Na slici 10. prikazan je tijek iteracijskog postupka za određivanje transformacijskih parametara  $\beta_i$  za lijevi (b2) i desni priključeni nosač (b1) za slučajeve opterećenja A i B i približna vrijednost iteracijskog parametra  $\beta = 1$  za te slučajeve opterećenja (EC3, dodatak).

Približnim proračunom inicijalne rotacijske krutosti priključaka prema izrazu (8) dobiju se sljedeće vrijednosti (uz pretpostavku  $\beta = 1$ ):

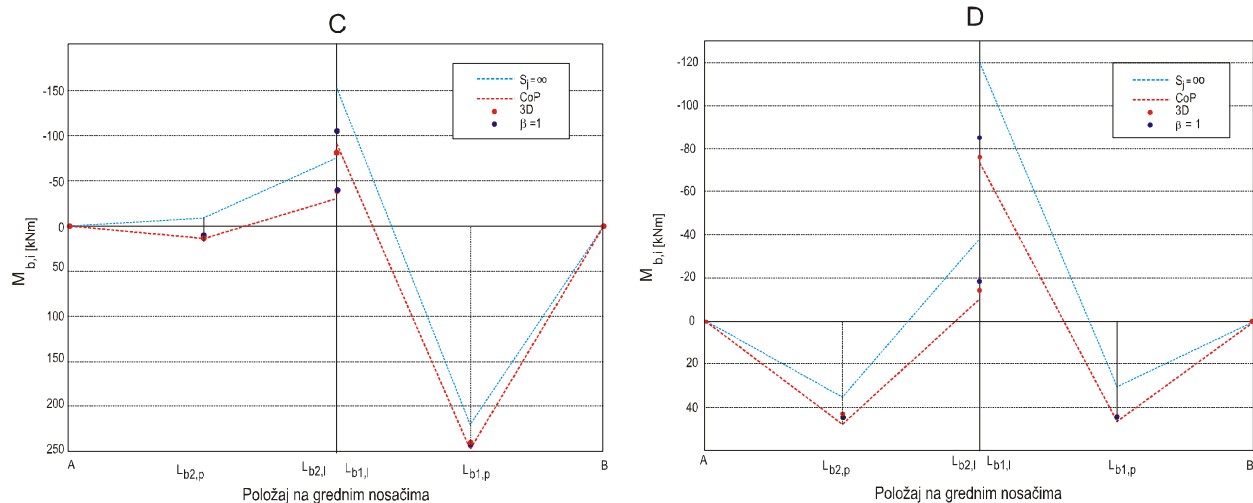
- za priključak grede poprečnog presjeka IPE 360 ( $z = 263,6$  mm):  $S_{j,p} = 42688,8$  kNm/rad
- za priključak grede poprečnog presjeka IPE 270 ( $z = 185,5$  mm):  $S_{j,p} = 21190,1$  kNm/rad

što je vrlo blisko vrijednostima dobivenim kompletnim proračunom -  $S_{j,p}=43611$  kNm/rad za priključke grede poprečnog presjeka IPE 360 i  $S_{j,p} = 18070$  kNm/rad za priključke grede poprečnog presjeka IPE 270.

priključaka – jednog s poprečnim presjecima gređa IPE 360, a drugog s poprečnim presjecima gređa IPE 270. Također je evidentno da u razmatranom primjeru nesimetričnost priključka nije bila velika, te nije pretpostav-



Slika 11. Rezultati statičkog proračuna za slučajeve opterećenja A i B



Slika 12. Rezultati statičkog proračuna za slučajeve opterećenja C i D

Iz grafikona na slikama 11. i 12. može se vidjeti da proračunski model konstrukcije s 3D modeliranim dijelom priključka općenito daje vrlo slične rezultate onima dobivenim programom CoP (koji u obzir uzima egzaktne vrijednosti transformacijskih parametara  $\beta$ ), pri čemu nije bio potreban postupak iteracije. Proračun s približnim vrijednostima transformacijskih parametara  $\beta = 1$  za promatrane primjere također je davao dobre procjene momenata savijanja u polju, dok je nešto veće odstupanje (konzervativno) bilo za slučaj momenata na mjestu priključaka (do približno 15 %). Treba napomenuti da se u slučaju nesimetričnih priključaka i pri upotrebi programa CoP zapravo rabi približna metoda proračuna koja se sastoji od zasebnog modeliranja dvaju simetričnih

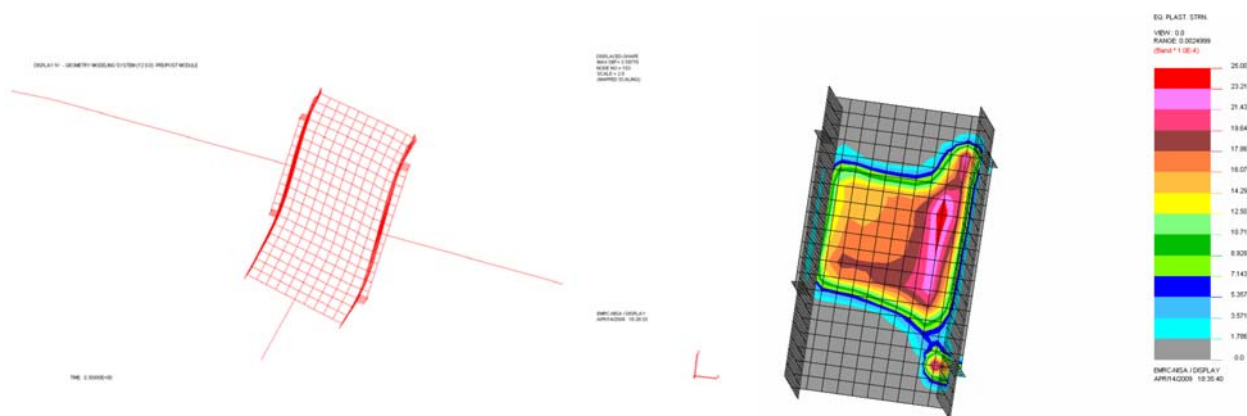
ljeno postojanje dodatnih ojačanja i ukrućenja, što može bitnije utjecati na rezultate proračuna.

Izrađen je i statički nelinearni proračun prihvaćenoga konstrukcijskog modela programskim paketom NISAII/DISPLAY [16], a neki su rezultati prikazani na slikama 14. i 15. Pretpostavljen je bilinearni elastoplastični dijagram ponašanja čelika. Jasno se može uočiti plastificirani oblik stupa odnosno hrptenog panela te raspodjela plastičnih deformacija koja nije ravnomjerna.

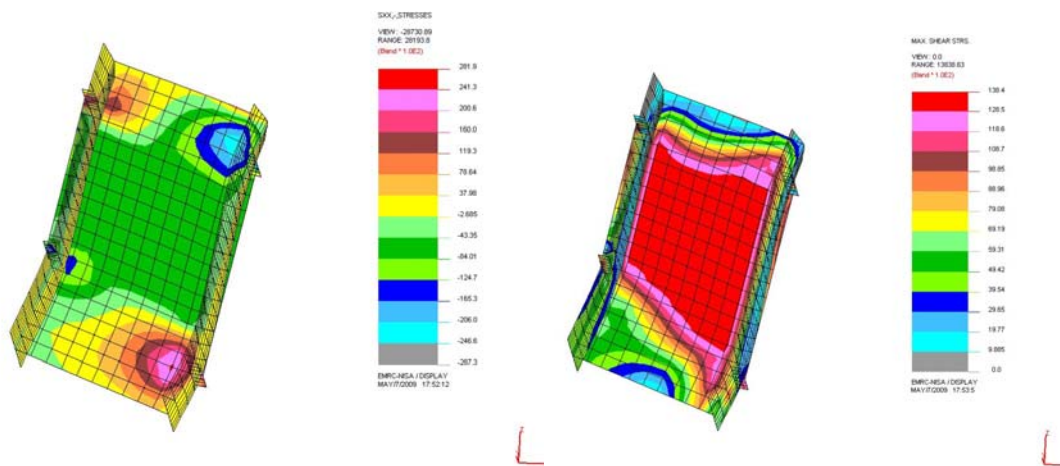
Zbog postojanja dviju deniveliranih razina unosa tlačnih naprežanja na mjestima donjih pojasnica priključenih gređa, rezultanta tlačnih naprežanja sada je nakošena.



Slika 13. Model primjenom metode konačnih elemenata za a) statički i b) dinamički proračun



Slika 14. Nelinearne deformacije i plastifikacija hrptenog panela



Slika 15. Prikaz normalnih i posmičnih naprezanja u hrptenom panelu

*b) Rezultati dinamičkog proračuna*

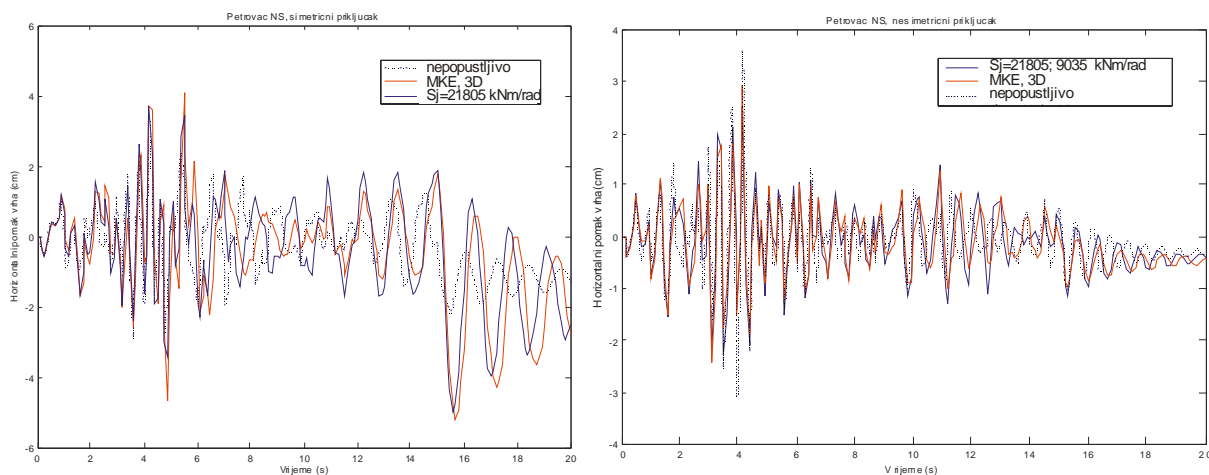
Na modelu prikazanom na slici 13.b) provedena je analiza (proračun) pomoću vremenskog zapisa potresa u Baru (komponenta N-S) i Petrovcu (komponenta N-S). Pretpostavljeno je elastično ponašanje materijala konstrukcije. Trokatni je model kreiran na temelju statičkog jednokatnog okvira te ima iste geometrijske karakteristike i tipove elemenata, a analizirani su modeli sa simetričnim i nesimetričnim priključcima. Pretpostavljeno je

viskozno prigušenje od 5 %, te kontinuirano opterećenje od 5 kN/m postavljeno nesimetrično (naizmjenično) po priključenim grednim nosačima. Na slikama 16. i 17. prikazan je horizontalni pomak modela (desni ležajni čvor) za različite načine modeliranja.

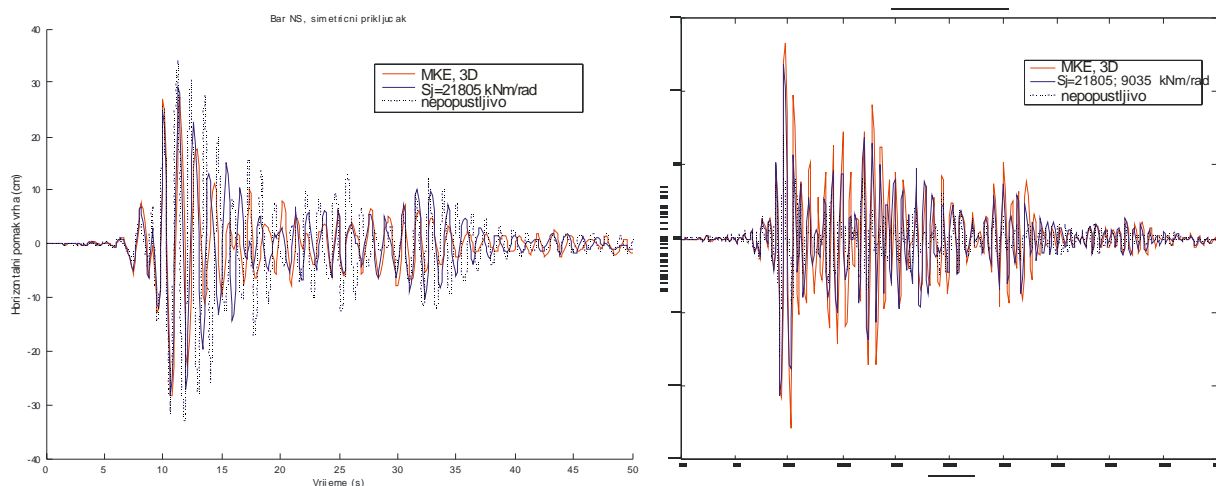
Na grafikonima se može vidjeti da rezultati štapnih modela konstrukcije kod kojih nije uzeto u obzir ponašanje priključaka dosta odstupaju od modela koji te učinke obuhvaćaju. Rezultati proračuna pomoću vremenskog

zapisa za štapni model koji ponašanje priključaka uzima u obzir definiranjem rotacijske opruge odgovarajuće krutosti te ovdje predloženog načina modeliranja (označenog s MKE, 3D) općenito pokazuju slično ponašanje, iako se mogu uočiti i određene razlike za čiju je točniju ocjenu ipak potrebno provesti opsežnija istraživanja na više simulacija. Ono što je važno istaknuti jest da takav

kih karakteristika priključaka u [1] zasniva se na primjeni metode komponentata, pri čemu je za svaku pojedini komponentu priključka potrebno odrediti karakteristike nosivosti i popustljivosti te se konačno ponašanje priključka dobije povezivanjem tih komponentata u cjelinu. Pri tome se pri modeliranju dvostranih priključaka zbog složenosti modela uvode neka pojednostavnjenja,



Slika 16. Rezultati dinamičkog proračuna za potres u Petrovcu (komponenta N-S)



Slika 17. Rezultati dinamičkog proračuna za potres u Baru (komponenta N-S)

pristup daje kvalitetan uvid u razinu i raspodjelu naprezanja ostvarenu u hrptenom panelu, praćenje deformiranja i plastificiranja panela (kada je u model uključena i materijalna nelinearnost), nije vezan za primjenu transformacijskih parametara, odnosno nije ovisan o intenzitetu reznih sila koje se pri priključcima ostvaruju od potresnog opterećenja, a u proračune se uključuju i poprečne sile u stupovima od globalnog ponašanja konstrukcije.

## 6 Zaključak

Suvremene norme za čelične konstrukcije općenito zahtijevaju uzimanje u obzir ponašanja priključaka pri oblikovanju proračunskih modela. Određivanje proračuns-

kako bi metoda bila primjenjivija u svakodnevnoj inženjerskoj praksi. U ovome se radu kritički komentira postupak modeliranja ponašanja dvostranih priključaka stup-greda prema [1]. Poseban naglasak kod takvih priključaka jest ponašanje hrptenog panela stupa, odnosno područja hrpta stupa između priključenih elemenata, koje bitno utječe na statičko i posebice dinamičko ponašanje priključka i konstrukcije u cjelini. To je osobito naglašeno kod nesimetričnih priključaka, odnosno simetričnih priključaka s nesimetričnim opterećenjima. U [1] rabi se približni postupak procjene ovoga utjecaja za statičke proračune simetričnih priključaka zasnovan na izračunu transformacijskih parametara  $\beta$ , koji je općenito iterativan i otežava praktičnu primjenu.

U radu se izlaže primjena mogućnosti modeliranja metodom konačnih elemenata kojom se u obzir uzima ponašanje priključaka tako da se standardni štapni model konstrukcije na dijelu priključka oko hrptenog panela stupa nadogradi ravninskim elementima. Na ovaj se način u obzir uzima stvarni geometrijski oblik, nije potrebna provedba iteracijskog postupka uz najčešće prihvatljivo povećanje kompleksnosti modela. Postupak je osobito prikladan, ali i potreban, kod nesimetričnih priključaka i priključaka s raznim ojačanjima i ukrućenjima hrpta kod kojih nije moguće jednostavno procijeniti utjecaj hrptenog panela stupa. Uzimanjem u obzir materijalne nelinearnosti, odnosno elastoplastičnim modeliranjem ponašanja čeličnog materijala moguće je pratiti

eventualne pojave plastifikacije ovoga dijela priključka, što može uvelike utjecati pri proračunu na potresna opterećenja te može biti tema za daljnja istraživanja ovoga načina modeliranja.

U tom je smislu potrebno osobitu pozornost usmjeriti upravo na dvostrane priključke s nejednakim visinama greda za koje način proračuna još uvijek nije egzaktno kodificiran i za koje i primjena *Krawinklerova* i *Scissors* modela („modela škara“) može biti ograničena. Stoga je potrebno dalje istražiti takav način modeliranja dvostranih priključaka i okvirne konstrukcije u cjelini te ga usporediti sa spomenutim postojećim modelima ponašanja hrptenog panela, posebice za slučaj dinamičkih (potresnih) opterećenja.

## LITERATURA

- [1] EN 1993-1-8: *Eurocode 3: Design of steel structures – Part 1-8: Design of joints*, European Committee for Standardization, Bruxelles, May 2005.
- [2] Dubina, D.; Stratan, A.: *Behaviour of welded connections of moment resisting frames beam-to-column joints*, Engineering Structures, Vol. 24., pp 1431-1440, 2002.
- [3] L. Simoes da Silva, L. Lima, P. Vellasco: ECCS Technical Committee 10 «Connections» TWG, 10.2., *Experimental behavior of end plate beam-to-column joints under bending and axial force*, 2001.
- [4] Skejić, D.; Dujmović, D.; Haiman, M.: *Nelinearni proračun zavarenog priključka nosač-stup*, Građevinar, Vol. 58, No. 12, pp. 979-987, 2006.
- [5] Mativo, J.; Nogami, K.; Yamasawa, T.: *Predicting moment-rotation behaviour of connections (An analytical and experimental study of flush end plate connections)*, The Proceedings of The 5th European Conference on Steel and Composite Structures EUROSTEEL 2008, pp 585-590, Graz, Austria, 2008.
- [6] Fernezelyi, S.: *Simplified method for design of bolted connections based on Eurocode 3*, The Proceedings of The 5th European Conference on Steel and Composite Structures EUROSTEEL 2008, pp 573-578, Graz, Austria, 2008.
- [7] Krawinkler, H.: *Shear in Beam-Column Joints in Seismic Design of Frames*, Engineering Journal, v15, n3, American Institute of Steel Construction, Chicago, Illinois, 1978
- [8] Charney, F.A.; Downs, W.M.: *Modelling procedures for panel zone deformations in moment resisting frames*, Proceedings of the Conference Connections in Steel Structures V, Amsterdam, pp. 121-130, 2004.
- [9] Miri, M.; Naghipour, M.; Kashiryfar, A.: *Panel Zone Rigidity Effects on Special Steel Moment-Resisting Frames According to the Performance Based Design*, Proceedings of World Academy of Science, Engineering and Technology, Volume 38, February 2009.
- [10] CoP - ConnectionProgram, ICCS Software Solutions bv, Netherlands, 2009.
- [11] SSEDTA - Structural Steelwork Eurocodes: Development of a Trans-National Approach, *Frame design approaches*, 2001.
- [12] SSEDTA - Structural Steelwork Eurocodes: Development of a Trans-National Approach, *Structural joints*, 2001.
- [13] FEMA – 350 [2000] Recommended Seismic Design Criteria for New Steel Moment-Frame Buildings, Federal Emergency Management Agency, Applied Technology Council, Washington DC, United States
- [14] Earthquake Engineering Handbook, Edited by Wai-Fah Chen and Charles Scawthorn, CRC Press LLC, 2003.
- [15] Robot Office Analysis 21.0 Programs, Manuals & Documentation, Autodesk Inc., 2008.
- [16] NISA II, User's manual, Engineering mechanics research corporation, Version 9.0